

Ассоциация научно-технических организаций "Уральский профессиональный форум"
Автономная некоммерческая профессиональная образовательная организация
"Современный цифровой колледж при Западно-уральском институте экономики и права"
(АНПО "СЦК при ЗУИЭП")



**ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

в форме экзамена

по дисциплине

ЕН.01 ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

по специальности

**09.02.07 Информационные системы и программирование
квалификация «Программист»**

форма обучения: очно-заочная

Вводится с 01.09.2023

Пермь 2023

РАССМОТРЕНО
на заседании Педагогического совета
протокол от «09» февраля 2023 № 8

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Комплект оценочных средств (КОС) предназначен для оценки результатов освоения учебной дисциплины ЕН.01 «Элементы высшей математики», относящейся к математическому и общему естественнонаучному циклу программы подготовки специалистов среднего звена. КОС разработан на основе ФГОС по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование, квалификация «Программист»

КОС включает контрольно-оценочные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме экзамена.

2. Результаты освоения дисциплины, подлежащие проверке

3. ОЦЕНКА ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1 Формы и методы оценивания

Наименование элемента умений или знаний	Виды аттестации	
	<i>Текущий контроль</i>	<i>Промежуточная аттестация – экзамен</i>
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений	расчетное задание - 10	расчетное задание - 24
Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости	расчетное задание - 1	расчетное задание - 3
Применять методы дифференциального и интегрального исчисления	расчетное задание - 1	расчетное задание - 3
Решать дифференциальные уравнения	устный ответ - 3 расчетное задание - 2	устный ответ - 33
Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	устный ответ - 1 расчетное задание - 2	устный ответ - 4

3.2 Задания для оценки освоения дисциплины

Распределение типов и количества контрольных заданий по элементам знаний и умений, контролируемых на промежуточной аттестации.

4. Оценочные материалы для промежуточной аттестации в форме экзамена

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

1. Найти матрицу $C=A+3B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 5, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 7. \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найти матрицу $C=2A-B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -2, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5. \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найти матрицу $C=3A+B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 4, \\ x_1 + 4x_2 - x_3 = 7, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 3. \end{cases}$$

Вариант 4

1. Найти матрицу $C=A-4B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 3, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найти матрицу $C=4A-B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 3x_1 + 7x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

Вариант 6

1. Найти матрицу $C=A+2B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 8 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Решить систему линейных уравнений методом обратной матрицы.
3. Решить систему линейных уравнений по формулам Крамера.
4. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 1. \end{cases}$$

Время на выполнение: 60 мин.

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Итого: 4 балла

Устный ответ

Текст задания

1. Дать определение вектора.
2. Дать определение проекции вектора на ось и перечислить ее свойства.
3. Дать определение скалярного произведения векторов и перечислить его свойства.
4. Дать определение векторного произведения векторов и перечислить его свойства.
5. Дать определение смешанного произведения векторов и перечислить его свойства.

Время на выполнение: 20 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	5 баллов
Основы дифференциального и интегрального исчисления	
Основы теории комплексных чисел	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

Даны векторы $\vec{a}(9;-2;1)$ и $\vec{b}(4;3;0)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.
3. Найти \vec{a}^2 .
4. Найти $|\vec{b}|$.
5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = -3\vec{a}$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A(0; 0)$, $B(3; -4)$, $C(-3; 4)$. Определить расстояние между точками A и B , B и C , A и C .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A(2; \pi/2)$, $B(3; \pi/4)$, $C(3; 3\pi/4)$.
8. Даны точки в полярной системе координат $A(2; \pi/4)$, $B(4; \pi/2)$. Найти их прямоугольные координаты.

Вариант 2

Даны векторы $\vec{a}(-3;2;1)$ и $\vec{b}(3;0;4)$ (для № 1-5).

1. Найти $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

2. Найти $(\vec{a} \wedge \vec{b})$.
3. Найти \vec{a}^2 .
4. Найти $|\vec{b}|$.
5. Найти координаты векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$, $\vec{f} = -3\vec{a}$.
6. В прямоугольной декартовой системе координат построить точки $A (0; 0)$, $C (-3; 4)$, $D (-2; 2)$ $E (10; -3)$. Определить расстояние между точками C и D , A и D , D и E .
7. Построить точки, заданные полярными координатами: $A (4; 0)$, $B (2; 3\pi/2)$, $C (3; \pi)$.
8. Даны точки в прямоугольной системе координат $A (0; 5)$, $B (-3; 0)$, $C (\sqrt{3}; 1)$. Найти их полярные координаты.

Время на выполнение: 70 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	8 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 8x + 15}$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 5}{3x - 6}$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 12x}$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{x}\right)^{\frac{x}{3}}$$

Вариант 2

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 + x - 20}{x^2 - 16}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x + 6}{2x - 4}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{\sin 13x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{12}{x}\right)^{\frac{x}{4}}.$$

Вариант 3

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 5x - 14}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 4}{2x - 6}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 9x}{\sin 4x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{15}{x}\right)^{\frac{x}{5}}.$$

Вариант 4

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 12x + 35}{x^2 - 25}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 1}{2x - 10}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 8x}{\sin 19x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^{2x}.$$

Вариант 5

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 3x - 18}{x^2 - 36}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2x - 3}{3x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 14x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{10}{x}\right)^{3x}.$$

Вариант 6

1. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 9} \frac{x^2 - 81}{x^2 - 11x + 18}.$$

2. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 6} \frac{3x - 5}{2x - 12}.$$

3. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 19x}{\sin 3x}.$$

4. Вычислить предел функции:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{14}{x}\right)^{2x}.$$

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	4 балла

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

Исследовать функцию $f(x) = \frac{1}{x}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 2

Исследовать функцию $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \neq 0, \\ 1 & \text{при } x = 0 \end{cases}$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Вариант 3

Исследовать функцию $f(x) = x^2$ на непрерывность в точке $x_0 = 0$.

Время на выполнение: 10 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	1 балл
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

1. Найти производную функции $y = \sin^6(4x^3 - 2)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 3x^4 + \cos 5x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{3}{x}$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 2

1. Найти производную функции $y = \cos^4(6x^2 + 9)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 2x^5 - \sin 3x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 2x - x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 3

1. Найти производную функции $y = tg^5(3x^4 - 13)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^3 - e^{5x}$.

3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 1$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = 1$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = \frac{1}{4}t^4 + t^2$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 4

1. Найти производную функции $y = ctg^4(5x^3 + 6)$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 5x^4 - \cos 4x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^3 - 1$ в точке с абсциссой $x_0 = -1$, $x_0 = 2$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 - 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 5

1. Найти производную функции $y = \arcsin^3 7x^2$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 4x^4 + \sin 2x$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = tgx$ в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = 2t^3 - 8$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Вариант 6

1. Найти производную функции $y = arctg^6 5x^4$.
2. Найти производную третьего порядка функции $y = 6x^5 + e^{4x}$.
3. Написать уравнение касательной к графику функции $f(x) = 1 + \cos x$ в точке с абсциссой $x_0 = 0$, $x_0 = \frac{\pi}{2}$.
4. Материальная точка движется по закону $x(t) = t^4 + 2t$. Найти скорость и ускорение в момент времени $t=5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	4 балла
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	
Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Устный ответ

Текст задания

Сформулировать правила дифференцирования и записать производные основных элементарных функций:

1°. $c' =$

2°. $(x^\alpha)' =$

В частности, $x' =$

$$(x^2)' =$$

$$(x^3)' =$$

$$(\sqrt{x})' =$$

$$\left(\frac{1}{x}\right)' =$$

3°. $(kx + b)' =$

4°. $(a^x)' =$

В частности, $(e^x)' =$

5°. $(\log_a x)' =$

В частности, $(\ln x)' =$

$$(\lg x)' =$$

6°. $(\sin x)' =$

8°. $(\operatorname{tg} x)' =$

9°. $(\operatorname{ctg} x)' =$

10°. $(\arcsin x)' =$

11°. $(\arccos x)' =$

12°. $(\operatorname{arctg} x)' =$

13°. $(\operatorname{arcctg} x)' =$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

14°. $(u + v)' =$

15°. $(u - v)' =$

16°. $(uv)' =$

17°. $(cu)' =$

18°. $\left(\frac{u}{v}\right)' =$

В частности, $\left(\frac{1}{v}\right)' =$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

7°. $(\cos x)' =$

19°. $f(\varphi(x))' =$

Время на выполнение: 15 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел	28 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Исследовать функцию и построить ее график.

Вариант 1

$$f(x) = x^2 - 2x + 8.$$

Вариант 2

$$f(x) = -\frac{2x^2}{3} + x + \frac{2}{3}.$$

Вариант 3

$$f(x) = -x^2 + 5x + 4.$$

Вариант 4

$$f(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{x}{16} + \frac{1}{4}.$$

Вариант 5

$$f(x) = -x^3 + 3x - 2.$$

Вариант 6

$$f(x) = x^4 - 2x^2 - 3.$$

Вариант 7

$$f(x) = x^3 + 3x + 2.$$

Вариант 8

$$f(x) = 3x^2 - x^3.$$

Время на выполнение: 20 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	1 балл

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(5 \cos x - 3x^2 + \frac{1}{x} \right) dx.$

2. $\int \frac{3x^8 - x^5 + x^4}{x^5} dx.$

3. $\int (6^x \cdot 3^{2x} - 4) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

5. $\int \frac{dx}{1+16x^2}.$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

6. $\int (8x - 4)^3 dx.$

7. $\int \frac{12x^3 + 5}{3x^4 + 5x - 3} dx.$

8. $\int x^5 \cdot e^{x^6} dx.$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
 $\int (x + 5) \cos x dx.$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования (для № 1-5).

1. $\int \left(6 \sin x + 4x^3 - \frac{1}{x} \right) dx.$

$$2. \int \frac{x^9 - 3x^7 + 2x^6}{x^7} dx.$$

$$3. \int (7^x \cdot 2^{2x} + 5) dx.$$

$$4. \int \left(\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sin^2 x} \right) dx.$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}.$$

Найти неопределенные интегралы методом подстановки (для № 6-8).

$$6. \int (7x+5)^4 dx.$$

$$7. \int \frac{18x^2 - 3}{6x^3 - 3x + 8} dx.$$

$$8. \int x^7 \cdot e^{x^8} dx.$$

9. Найти неопределенный интеграл методом интегрирования по частям:
 $\int (x-2)\sin x dx.$

Время на выполнение: 60 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	9 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Устный ответ

Текст задания

Записать табличные интегралы:

$$1^\circ. \int 0 dx =$$

$$2^\circ. \int x^\alpha dx =$$

$$\text{В частности, } \int dx =$$

$$3^\circ. \int \frac{dx}{x} =$$

$$4^\circ. \int a^x dx =$$

В частности, $\int e^x dx =$

5°. $\int \cos x dx =$

6°. $\int \sin x dx =$

7°. $\int \frac{dx}{\cos^2 x} =$

8°. $\int \frac{dx}{\sin^2 x} =$

9°. $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} =$

В частности, $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} =$

10°. $\int \frac{dx}{a^2 + x^2} =$

В частности, $\int \frac{dx}{1 + x^2} =$

Время на выполнение: 10 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел	14 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^2 (4x^2 + x - 3) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_2^3 (2x - 1)^3 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 4$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 4$.

5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 3t^2 + 2t + 1$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за 10 с от начала движения.

Вариант 2

1. Вычислить определенный интеграл: $\int_0^3 (2x^2 - x + 4) dx$.
2. Вычислить определенный интеграл методом подстановки: $\int_0^1 (3x + 1)^4 dx$.
3. Вычислить, предварительно сделав рисунок, площадь фигуры, ограниченной линиями: $y = -x^2 + 1$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$.
4. Найти объем тела, полученного при вращении вокруг оси абсцисс криволинейной трапеции, ограниченной линиями: $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 1$.
5. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 9t^2 - 8t$ (м/с). Найти путь S , пройденный точкой за четвертую секунду.

Время на выполнение: 40 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	5 баллов
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии Основы дифференциального и интегрального исчисления Основы теории комплексных чисел	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

Найти частные производные функций.

1. $z = x \cdot \ln y + \frac{y}{x}$.
2. $z = \ln(x^2 + 2y^3)$.
3. $z = (1 + x^2)^y$.

Вариант 2

Найти частные производные функций.

1. $z = x^y$.
2. $z = x^3 y^2 - 2xy^3$.
3. $z = \ln^x y$.

Время на выполнение: 25 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	3 балла

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

Вариант 1

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

1. $y = c_1 e^{-5x} + c_2 e^x, \quad y'' + 4y' - 5y = 0$.
2. $y = c_1 e^x + c_2 x e^x, \quad y'' + 2y' + y = 0$.
3. $y = \frac{8}{x}, \quad y' = -\frac{1}{8} y^2$.
4. $y = e^{4x} + 2, \quad y' = 4y$.
5. Решить задачу Коши: $y' = 4x^3 - 2x + 5, \quad y(1) = 8$.

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. y' = \frac{1}{\cos^2 x} + x^4.$$

$$7. y' = -6y.$$

$$8. y' = \frac{x-1}{y^2}.$$

$$9. y' = \frac{y}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$10. y' - 3y + 5 = 0.$$

$$11. y'' - 7y' + 10y = 0.$$

$$12. y'' + 4y' + 4y = 0.$$

Вариант 2

Являются ли данные функции решениями данных дифференциальных уравнений (для № 1-4).

$$1. y = c_1 e^{-2x} + c_2 x e^{-2x}, \quad y'' + 4y' + 4y = 0.$$

$$2. y = c_1 e^{3x} + c_2 e^x, \quad y'' - y' - 6y = 0.$$

$$3. y = e^{3x} - 5, \quad y' = 3y + 15.$$

$$4. y = \frac{5}{x}, \quad y' = -y^2.$$

$$5. \text{ Решить задачу Коши: } y' = 3x^2 - 2x + 6, \quad y(2) = 19.$$

Решить следующие дифференциальные уравнения первого и второго порядка (для № 6-12).

$$6. y' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - x^7.$$

$$7. y' = 8y.$$

$$8. y' = \frac{2x}{y^2}.$$

$$9. y' = \frac{y}{1+x^2}.$$

$$10. y' + 8y - 3 = 0.$$

$$11. y'' + 8y' + 16y = 0.$$

$$12. y'' - y' - 12y = 0.$$

Время на выполнение: 80 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Выполнять операции над матрицами и решать системы линейных уравнений Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения Пользоваться понятиями теории комплексных чисел	12 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Устный ответ

Текст задания

1. Сформулировать общие положения при составлении дифференциального уравнения по условию задачи.
2. Записать дифференциальное уравнение показательного роста и показательного убывания и получить его решение. Привести примеры прикладных задач, решаемых с его помощью.
3. Сформулировать задачу о радиоактивном распаде, записать для нее дифференциальное уравнение.
4. Сформулировать задачу о гармонических колебаниях, записать дифференциальное уравнение гармонических колебаний.
5. Сформулировать задачу о падении тел в атмосферной среде, записать для нее дифференциальное уравнение.

Время на выполнение: 30 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Основы математического анализа, линейной алгебры и аналитической геометрии	5 баллов

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

1. Пользуясь необходимым признаком сходимости, показать, что ряд

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{n}{n+1} + \dots$$

расходится.

2. С помощью признака Даламбера решить вопрос о сходимости ряда

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} + \dots$$

3. Пользуясь признаком Лейбница, исследовать на сходимость знакочередующийся ряд

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n} + \dots$$

4. Пользуясь признаком сходимости знакопеременного ряда, исследовать на сходимость ряд

$$1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \dots + (-1)^{n-1} \frac{1}{n!} + \dots$$

Время на выполнение: 30 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения	4 балла

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Расчетное задание

Текст задания

- Из корзины, в которой находятся 4 белых и 7 черных шара, вынимают один шар. Найти вероятность того, что шар окажется черным.
- Определить вероятность появления «герба» при бросании монеты.
- В корзине 20 шаров: 5 синих, 4 красных, остальные черные. Выбирают наудачу один шар. Определить, с какой вероятностью он будет цветным.
- Событие A состоит в том, что станок в течение часа потребует внимания рабочего. Вероятность этого события составляет 0,7. Определить, с какой вероятностью станок не потребует внимания.
- В одной корзине находятся 4 белых и 8 черных шаров, в другой – 3 белых и 9 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся белыми.
- Бросают две монеты. Определить, с какой вероятностью появится «герб» на обеих монетах.
- В лотерее 100 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и двадцать выигрышей по 50 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
- Случайная величина X задана законом распределения:

1	4	6
0,1	0,6	0,3

Найти ее математическое ожидание.

9. Согласно статистике, вероятность того, что двадцатипятилетний человек проживет еще год, равно 0,992. Компания предлагает застраховать жизнь на год на 1000 у.е. с уплатой 10 у.е. взноса. Определить, какую прибыль ожидает компания от страховки одного двадцатипятилетнего человека.
10. Случайная величина X задана законом распределения:

1	5	8
0,1	0,2	0,7

Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

11. Случайные величины X и Y заданы законом распределения. Найти математическое ожидание этих случайных величин и определить по таблицам, какая из данных величин более рассеяна. Подсчитать дисперсии $D(X)$ и $D(Y)$. Убедиться, что $D(X) > D(Y)$.

X	2	20	28	50
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

Y	23	25	26
	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$

Время на выполнение: 45 мин.

Перечень объектов контроля и оценки

Наименование объектов контроля и оценки	Оценка
Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения	11 баллов
Решать задачи, используя уравнения прямых и кривых второго порядка на плоскости Применять методы дифференциального и интегрального исчисления Решать дифференциальные уравнения	

За правильный ответ на вопросы или верное решение задачи выставляется положительная оценка – 1 балл.

За неправильный ответ на вопросы или неверное решение задачи выставляется отрицательная оценка – 0 баллов.

Экзаменационные вопросы

1. Матрицы, действия над матрицами.
2. Определители 1-го, 2-го, 3-го порядков. Правило треугольников.
3. Определители n -го порядка. Теорема Лапласа.
4. Обратная матрица. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
5. Ранг матрицы. Алгоритм вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
6. Система линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
7. Векторы и операции над ними.

8. Проекция вектора на ось и ее свойства.
9. Декартова прямоугольная система координат. Полярная система координат.
10. Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов.
11. Предел функции в точке. Основные теоремы о пределах.
12. Предел функции при x , стремящемся к бесконечности. Замечательные пределы. Число e .
13. Непрерывность функции в точке и на промежутке. Точка непрерывности функции. Точка разрыва функции. Свойства непрерывных функций. Приращение аргумента. Приращение функции.
14. Производная функции. Дифференциал функции. Геометрический смысл производной. Механический смысл производной.
15. Таблица производных. Понятие сложной функции. Производная сложной функции.
16. Схема исследования функции. Область определения функции. Множество значений функции. Четность и нечетность функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства функции. Возрастание и убывание функции, правило нахождения промежутков монотонности. Точки экстремума функции, правило нахождения экстремумов функции.
17. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной. Исследование функции с помощью второй производной.
18. Первообразная. Неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла.
19. Таблица неопределенных интегралов.
20. Методы интегрирования: метод непосредственного интегрирования; метод замены переменной (метод подстановки); метод интегрирования по частям.
21. Определенный интеграл. Понятие интегральной суммы. Достаточное условие существования определенного интеграла (интегрируемости функции).
22. Основные свойства определенного интеграла. Геометрический смысл определенного интеграла.
23. Методы вычисления определенных интегралов. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
25. Функции нескольких переменных. Частные производные.
26. Понятие дифференциального уравнения. Общее и частное решение дифференциального уравнения. Интегральные кривые. Задача Коши.
27. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
28. Методы решения дифференциальных уравнений.
29. Понятие числового ряда. Сходимость и расходимость числовых рядов.
30. Необходимый признак сходимости ряда. Признак сравнения. Признак Даламбера.
31. Понятие знакочередующегося ряда. Признак сходимости Лейбница.
32. Абсолютная и условная сходимость знакпеременного ряда.
33. Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости степенного ряда. Разложение элементарных функций в ряд Маклорена.
34. Понятие события. Достоверные, невозможные, совместные, несовместные, противоположные события. Классическое определение вероятности.
35. Теорема сложения вероятностей. Теорема умножения вероятностей.
36. Случайная величина. Дискретная и непрерывная случайные величины. Закон распределения дискретной случайной величины. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
37. Математическое ожидание дискретной случайной величины. Отклонение случайной величины. Дисперсия дискретной случайной величины. Среднее квадратичное отклонение случайной величины.

Экзаменационные задания

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3x}\right)^{5x}$.
2. Вычислить пределы:
 - а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 - x^3 + 1}{2x^4 + x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x}{x^2 - 4}$; в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{x^3 + 2x}$.
3. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 17x}{\sin 5x}$.
4. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{3x}$.
5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x^2 - 2x}$.
6. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 8} \frac{x^2 - 10x + 16}{x - 8}$.
7. Исследовать функцию $f(x) = \frac{5x}{x - 6}$ на непрерывность в точке $x_0 = 6$.
8. Исследовать функцию $f(x) = 3x^2 - x^3$ и построить ее график.
9. Вычислить значение производной следующих функций в точке $x_0 = 4$:
 - а) $f(x) = 8x^2 - \ln x$; б) $f(x) = x^3 + 5x$.
10. Найти производную функции $y = (x^4 - 5x^2 + x)^7$.
11. Найти производную функции $y = \frac{11x - 8}{2x + 4}$.
12. Найти производную функции $y = e^{2x^5 - 8}$.
13. Найти производную функции $y = \ln(8x^4 - 3x^2 + 2)$.
14. Найти неопределенный интеграл $\int \frac{4 - x^3 + x^2 - 2x}{x} dx$.
15. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$.
16. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int (6x + 11)^4 dx$.
17. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \cos(6x - 1) dx$.
18. Найти неопределенный интеграл методом замены переменной $\int \sin^6 x \cdot \cos x dx$.
19. Вычислить определенный интеграл $\int_0^3 (5x + 1) dx$.
20. Вычислить определенный интеграл $\int_0^1 (x - 5)x dx$.
21. Вычислить определенный интеграл $\int_0^2 \frac{2x^3 + x^4}{x^2} dx$.
22. Скорость движения точки изменяется по закону $v = 5t^2 + 4t + 2$ (м/с). Найти путь s , пройденный точкой за 4 с от начала движения.
23. Вычислить объем тела, полученного от вращения фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 3$, вокруг оси Ox .
24. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$.
25. Решить дифференциальное уравнение $y'' - 9y' + 20y = 0$.

26. Решить задачу Коши: $y' = 6x^2 + 4x$, $y(1) = 9$.
27. Решить дифференциальное уравнение $y' = 11x$.
28. В одной корзине находятся 5 белых и 10 черных шаров, в другой – 4 белых и 11 черных. Из каждой корзины вынули по шару. Найти вероятность того, что оба шара окажутся черными.
29. В лотерее 1000 билетов. Разыгрывается один выигрыш в 200 рублей и десять выигрышей по 100 рублей. Пусть X – величина возможного выигрыша для человека, имеющего один билет. Составить закон распределения этой случайной величины X .
30. Случайная величина X задана законом распределения:

4	6	7
0,4	0,5	0,1

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратичное отклонение этой случайной величины X .

7. Шкала оценки образовательных достижений

Процент результативности (правильных ответов)	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно