



РАССМОТРЕНО  
на заседании Педагогического совета  
протокол от «09» февраля 2023 № 8

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств.....	3
2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке.....	3
3. Оценка освоения учебной дисциплины	
3.1. Задания для оценки освоения учебной дисциплины .....	5
4. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине.....	62
5. Лист согласования.....	69

## 1. Паспорт комплекта контрольно-оценочных средств

Контрольно-оценочные средства (КОС) предназначены для контроля и оценки образовательных достижений студентов, освоивших программу учебной дисциплины ЕН.03.Теория вероятностей и математическая статистика

КОС включают контрольные материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации в форме **ЭКЗАМЕНА**.

КОС разработаны на основании следующих положений:

- ФГОС СПО по специальности 09.02.07 Информационные системы и программирование;
- основной профессиональной образовательной программы по специальности СПО 09.02.07 Информационные системы и программирование;
- программы учебной дисциплины ЕН.03. Теория вероятностей и математическая статистика.

## 2. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

### 3.

В результате аттестации по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих умений и знаний, а также динамика формирования общих компетенций.

Код ПК, ОК	Умения	Знания
ОК 01, ОК 02, ОК 04, ОК 05, ОК 09, ОК 10  ПК 11.1. ПК 11.2 ПК 11.3. ПК 2.3. ПК 2.4.	Применять стандартные методы и модели к решению вероятностных и статистических задач Использовать расчетные формулы, таблицы, графики при решении статистических задач Применять современные пакеты прикладных программ многомерного статистического анализа	Элементы комбинаторики. Понятие случайного события, классическое определение вероятности, вычисление вероятностей событий с использованием элементов комбинаторики, геометрическую вероятность. Алгебру событий, теоремы умножения и сложения вероятностей, формулу полной вероятности. Схему и формулу Бернулли, приближенные формулы в схеме Бернулли. Формулу(теорему) Байеса. Понятия случайной величины, дискретной случайной величины, ее распределение и характеристики, непрерывной случайной величины, ее распределение и характеристики. Законы распределения непрерывных случайных величин. Центральную предельную теорему, выборочный метод математической статистики, характеристики выборки. <i>Понятие вероятности и частоты</i>

### **3.1. Задания для оценки освоения учебной дисциплины.**

#### **Критерий оценки знаний и умений**

Преподаватель оценивает знания и умения студентов с учетом их индивидуальных особенностей.

1. Содержание и объем материала, подлежащего проверке, определяется программой. При проверке усвоения материала нужно выявлять полноту, прочность усвоения учащимися теории и умения применять ее на практике в знакомых и незнакомых ситуациях.

2. Основными формами проверки знаний и умений учащихся по математике являются письменная работа и устный опрос.

При оценке письменных и устных ответов преподаватель в первую очередь учитывает показанные студентами знания и умения. Оценка зависит также от наличия и характера погрешностей, допущенных учащимися.

3. Среди погрешностей выделяются ошибки и недочеты. Погрешность считается ошибкой, если она свидетельствует о том, что студент не овладел основными знаниями, умениями, указанными в программе.

К недочетам относятся погрешности, свидетельствующие о недостаточно полном или недостаточно прочном усвоении основных знаний и умений или об отсутствии знаний, не считающихся в программе основными. Недочетами также считаются: погрешности, которые не привели к искажению смысла полученного студентом задания или способа его выполнения; неаккуратная запись; небрежное выполнение чертежа.

Граница между ошибками и недочетами является в некоторой степени условной. При одних обстоятельствах допущенная учащимися погрешность может рассматриваться преподавателем как ошибка, в другое время и при других обстоятельствах — как недочет.

4. Задания для устного и письменного опроса учащихся состоят из теоретических вопросов и задач.

Ответ на теоретический вопрос считается безупречным, если по своему содержанию полностью соответствует вопросу, содержит все необходимые теоретические факты и обоснованные выводы, а его изложение и письменная запись математически грамотны и отличаются последовательностью и аккуратностью.

Решение задачи считается безупречным, если правильно выбран способ решения, само решение сопровождается необходимыми объяснениями, верно выполнены нужные вычисления и преобразования, получен верный ответ, последовательно и аккуратно записано решение.

5. Оценка ответа учащегося при устном и письменном опросе проводится по следующей системе, т. е. за ответ выставляется одна из отметок: 2 (неудовлетворительно), 3 (удовлетворительно), 4 (хорошо), 5 (отлично).

6. Преподаватель может повысить отметку за оригинальный ответ на вопрос или оригинальное решение задачи, которые свидетельствуют о высоком математическом развитии учащегося; за решение более сложной задачи или ответ

на более сложный вопрос, предложенные студенту дополнительно после выполнения им заданий.

### **Критерии ошибок:**

**К грубым** ошибкам относятся ошибки, которые обнаруживают незнание учащимися формул, правил, основных свойств, теорем и неумение их применять; незнание приемов решения задач, рассматриваемых в учебниках, а также вычислительные ошибки, если они не являются опиской;

**К негрубым** ошибкам относятся: потеря корня или сохранение в ответе постороннего корня; отбрасывание без объяснений одного из них и равнозначные им;

**К недочетам** относятся: нерациональное решение, описки, недостаточность или отсутствие пояснений, обоснований в решениях

### **Критерий оценки устного опроса**

**Оценка «отлично»** ставится, если студент:

- полно раскрыл содержание материала в объеме, предусмотренном программой,
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую терминологию и символику;
- правильно выполнил рисунки, чертежи, графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов, сформированность и устойчивость используемых при отработке умений и навыков;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов учителя. Возможны одна - две неточности при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, которые ученик легко исправил по замечанию учителя.

Ответ оценивается **оценкой «хорошо»**, если он удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:

- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие математическое содержание ответа;
- допущены один – два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию учителя;
- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию учителя.

**Оценка «удовлетворительно»** ставится в следующих случаях:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения программного материала
- имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании математической терминологии, чертежах, выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов учителя;
- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится в следующих случаях:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;
- обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала;
- допущены ошибки в определении понятий, при использовании математической терминологии, в рисунках, чертежах или графиках, в выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов учителя.

### **Критерий оценки письменных и практических работ**

**Оценка «отлично»** ставится, если:

- работа выполнена полностью;
- в логических рассуждениях и обосновании решения нет пробелов и ошибок;
- в решении нет математических ошибок (возможна одна неточность, описка, не являющаяся следствием незнания или непонимания учебного материала).

**Оценка «хорошо»** ставится, если:

- работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточны (если умение обосновывать рассуждения не являлось специальным объектом проверки);
- допущена одна ошибка или два-три недочета в выкладках, рисунках, чертежах или графиках (если эти виды работы не являлись специальным объектом проверки).

**Оценка «удовлетворительно»** ставится, если:

допущены более одной ошибки или более двух-трех недочетов в выкладках, чертежах или графиках, но учащийся владеет обязательными умениями по проверяемой теме.

**Оценка «неудовлетворительно»** ставится, если:

допущены существенные ошибки, показавшие, что учащийся не владеет обязательными умениями по данной теме в полной мере

## Раздел 1. Элементы комбинаторики

### Тема 1.1. Основные задачи комбинаторики

#### Устный опрос

1. Что называется  $n$  – факториалом?
2. Вычислите  $5!$ ;  $7!$ ;  $0!$ .
3. Чему равен  $n$  – факториал?
4. Вычислите:  
а)  $n! / (n-2)$ ; б)  $(n+1)! / (n-1)!$ ; в)  $(n+1)! / (n-2)$
5. Перечислите основные задачи комбинаторики.
6. Что называется перестановками?
7. Запишите формулу для числа перестановок из  $n$  элементов.
8. Вычислите число перестановок из 5 предметов.
9. Что называется размещениями?
10. Запишите формулу для числа размещений из  $n$  элементов по  $m$ .
11. Вычислите:  $A_5^2$ ;  $A_7^3$ ;  $A_0^5$
12. Что называется сочетаниями?
13. Запишите формулу числа сочетаний из  $n$  элементов по  $m$ .
14. Вычислите:  $C_8^2$ ;  $C_{10}^3$ ;  $C_5^5$

#### Практическая работа №1

#### Решение комбинаторных задач

**Цель:** развитие инициативы и самостоятельности студентов, приобретение знаний и умений применять различные формулы при решении комбинаторных задач

#### Задание для выполнения практической работы №1

1. Вычислите:  
а)  $7!$ ; б)  $8!$ ; в)  $6! - 5!$  г)  $\frac{5!}{5}$ .
2. Вычислите:  
а)  $\frac{10!}{5!}$ ; б)  $\frac{11!}{5! \cdot 6!}$ ; в)  $\frac{5!}{49!}$ ; г)  $\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!}$ .
3. Делится ли  $11!$  на:  
а) 64; б) 25 в) 81 г) 49?
4. На сколько нулей оканчивается число:  
а)  $10!$  б)  $12!$  в)  $15!$  г)  $26!$ ?
5. Сократите дробь:  
а)  $\frac{n!}{(n-1)!}$ ; б)  $\frac{n!}{2!(n-2)!}$ ; в)  $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$ ; г)  $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$ .
6. Упростите выражение:  
а)  $\frac{(n+2)!(n^2-9)}{(n+4)!}$ ; б)  $\frac{1}{(n-2)!} - \frac{n^3-n}{(n+1)!}$ ;

$$в) \frac{25m^5 - m^3}{(5m+1)!} \cdot \left( \frac{1}{5 \cdot (5m-2)!} \right)^{-1}; \quad г) \frac{(3k+3)! \cdot k!}{(3k)!} \cdot \frac{(k+3)!(3k+1)}{3!(k^2+5k+6)}.$$

7. а) На дверях четырех одинаковых кабинетов надо повесить таблички с фамилиями четырех заместителей директора. Сколькими способами это можно сделать?

б) В 9 «А» классе в среду 5 уроков: алгебра, геометрия, физкультура, русский язык, английский язык. Сколько можно составить вариантов расписания на среду?

в) Сколькими способами четыре вора могут по одному разбежаться на все четыре стороны?

г) Адьютант должен развести пять копий приказа генерала по пяти полкам. Сколькими способами он может выбрать маршрут доставки приказа?

8. У Вовы на обед – салат, первое, второе, третье и пирожное. Он обязательно начнет с пирожного, а все остальное съест в произвольном порядке. Найдите число всевозможных вариантов обеда.

9. В гостинице – семь одноместных номеров. Из семи приехавших постояльцев трое уже зарезервировали свои номера. Найдите число способов расселения.

10. Одиннадцать футболистов строятся перед началом матча. Первым – обязательно капитан, вторым – обязательно вратарь, а остальные – случайным образом. Сколько существует способов построения?

11. Сколькими способами можно обозначить вершины куба буквами А, В, С, D, E, F, G, K?

12. Современные пятиборцы в течение двух дней участвуют в соревновании по пяти видам спорта: конкур (кросс на лошадях), фехтование, плавание, стрельба, бег.

а) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования?

б) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег?

в) Сколько существует вариантов порядка прохождения видов соревнования, если известно, что последним видом должен быть бег, а первым – конкур?

г) Сколько существует вариантов, в которых конкур и фехтование не проходят подряд?

13. 6 граней игрального кубика помечены цифрами 1,2,3,4,5,6. Кубик бросают дважды и записывают выпадающие цифры.

а) Найдите число всех возможных вариантов.

б) Укажите те из них, в которых произведение выпавших чисел кратно 10.

в) Составьте таблицу из 2 строк. В 1 строке запишите суммы выпавших очков, во 2 – количество результатов, в которых выпадает эта сумма.

г) Составьте аналогичную таблицу для модуля разности выпавших очков.

14. На плоскости даны 10 точек, никакие 3 из которых не лежат на 1 прямой.

а) Три точки покрасили в рыжий цвет, а остальные – в черный. Сколько можно провести отрезков с разноцветными концами?

б) Сколько можно провести отрезков с «рыжими» концами?

в) Составьте таблицу из 2 строчек. В 1 строке запишите количество рыжих точек из 10 данных (от 0 до 10), во 2 – число «разноцветных» отрезков при таком способе раскраски.

г) 5 точек покрасили в серый цвет, 2 точки – в бурый и 3 – в малиновый цвет. Сколько можно построить «серо-буро-малиновых» треугольников?

15. Группа туристов планирует осуществить поход по маршруту Антоново – Борисово – Власово – Грибово. Из Антоново в Борисово можно сплавиться по реке или дойти пешком. Из Борисово во Власово можно пройти пешком или доехать на велосипедах. Из Власово в Грибово можно доплыть по реке, доехать на велосипедах или пройти пешком.

а) Нарисуйте дерево возможных вариантов похода.

б) Сколько всего вариантов похода могут выбрать туристы?

в) Сколько есть полностью не пеших вариантов?

г) Сколько вариантов похода могут выбрать туристы при условии, что хотя бы на одном из участков маршрута они должны использовать велосипеды?

16. В Сети связь происходит через узлы, которые нумеруются 8-значными номерами (номер, например 00011122, возможен).

а) Сколько в Сети может быть узлов?

б) Какой минимальной длины должны быть номера узлов, чтобы их хватило каждому жителю Земли?

в) Сколько в Сети узлов суммой цифр номера равной 71?

г) Сколько в Сети узлов суммой цифр номера меньше 3?

17. Вова услышал в песне, что «...у зим бывают имена...». Он вспомнил 7 самых хороших зим своей жизни и решил дать 7 разных, нравящихся ему женских имен.

а) Сколькими способами он может это сделать?

б) Сколько способов существует если 1 зима – точно Татьяна, а последняя – несомненно, Анна?

в) Сколько способов существует, если женских имен 8, а не 7?

г) Сколько способов существует, если имен 7, а зим – 8?

18. Ася помнит, что в ответе задачи на правило умножения для двух испытаний получилось 48, и что испытания с одним исходом не рассматривались. Ей надо вспомнить число исходов в обоих испытаниях.

а) Из скольких вариантов Асе придется выбирать правильный ответ?

б) Сколько вариантов, которые состоят из чисел разной четности?

в) Сколько вариантов, которые состоят из чисел, отличающихся друг от друга более, чем на 10?

г) А сколько всего вариантов, если испытаний было 3?

## Практическая работа №2

### Решение комбинаторных уравнений

**Цель: приобретение умений и навыков при решении комбинаторных уравнений.**

**Задание для выполнения практической работы №2**

1. Изучите теоретический материал по теме
2. Решить в натуральных числах 5 комбинаторных уравнений по индивидуальному варианту

Вариант 1.

1.  $n! = 7(n-1)!$ ;
2.  $(k-10)! = 77(k-11)!$ ;
3.  $(m+17)! = 420(m+15)!$ ;
4.  $(3x)! = 504(3x-3)!$ ;
5.  $6P_x = P_{x+2}$ .

Вариант 2.

1.  $\frac{A_x^3}{x} = 240$ ;
2.  $A_{n-3}^2 = 2(3n+13)$ ;
3.  $P_{n-4} * A_n^4 = 42 * P_{n-2}$ ;
4.  $C_x^2 = 10$ ;
5.  $\frac{4}{15} * C_y^4 = A_y^2$ .

Вариант 3.

1.  $A_7^x - x * A_7^{x-1} = 0$ ;
2.  $\frac{(x+2)!}{A_x^n (x-n)!} = 132$ ;
3.  $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$ ;
4.  $P_{x-3} * A_x^3 = 20P_{x-2}$ ;
5.  $C_{x+2}^4 = 11C_x^2$ .

Вариант 4.

1.  $C_{x-2}^{x-4} = 2x^2 - 7x - 3$ ;
2.  $\frac{(3x)!}{(3x-3)!} = 504$ ;
3.  $6P_x = 24(x-1)!$
4.  $\frac{1}{5} C_{x+3}^{x-1} = A_x^3$ ;
5.  $20P_{x-2} = A_x^3 * P_{x-3}$ .

Вариант 5.

1.  $C_x^3 + C_x^2 = 15(x^2 - 1)$ ;
2.  $6 * C_n^{n-3} = 11A_{n-1}^2$ ;
3.  $\frac{A_{x+1}^5 - A_x^3}{A_x^3} = 43$ ;
4.  $3 * A_{x+1}^4 = 4 * A_x^4$ ;
5.  $y^{-1} * A_y^3 = 210$ .

Вариант 6.

1.  $\frac{1}{20} A_n^4 = A_n^3$ ;

$$2. 12x = A_x^3;$$

$$3. P_x = \frac{1}{6} P_{x+2};$$

$$4. (k+15)! = \frac{1}{420} (k+17)!;$$

$$5. A_n^3 = 30n.$$

Вариант 7.

$$1. \frac{A_m^3}{m} = 420;$$

$$2. \frac{(n+2)!}{132} = A_n^7 * P_{n-7};$$

$$3. 36 A_{x-1}^2 = P_x;$$

$$4. C_x^5 = 2C_{x-1}^5;$$

$$5. C_{n+4}^{n+1} = 15 + C_{n+3}^n.$$

Вариант 8.

$$1. 6P_x = P_{x+5};$$

$$2. 12 C_{x+3}^{x-1} = 55 A_{x+1}^2;$$

$$3. A_x^5 = 20 A_{x-2}^3;$$

$$4. 30 A_{x-2}^4 = A_x^5;$$

$$5. A_x^3 = \frac{1}{20} A_x^4.$$

## Тема 1.2. Основные правила комбинаторики

### Устный опрос

1. Сколькими способами можно разделить 6 различных карандашей между тремя детьми?
2. Сколько трехзначных чисел, не содержащих рядом стоящих одинаковых цифр можно составить из девяти цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9?
3. Сколькими способами можно разделить 3 различные конфеты между тремя детьми так, чтобы каждому досталось по одной конфете?
4. Четырехзначное число, не содержащее в своей записи нуля, можно рассматривать как выборку из 9 цифр. Является ли эта выборка:  
а) упорядоченной или нет; б) с возвращением или нет?
5. Может ли выборка содержать одинаковые элементы?
6. Сколько выборок объема 2 можно составить из трех элементов a, b, c так, чтобы они были:  
а) упорядоченными, без возвращения;  
б) упорядоченными, с возвращениями;  
в) неупорядоченными, без возвращений;  
г) неупорядоченными, с возвращениями?
7. Составляются выборки объема k из n элементов. Может ли быть:  
а) k=n;            б) k>n?

### Операции над событиями

1. Может ли произведение двух событий совпадать с одним из сомножителей?  
Если да, то, что тогда можно сказать о другом событии?
2. Что можно сказать о событиях, сумма и произведение которых совпадают?
3. Что можно сказать о событиях А и В, если их сумма есть:  
а) достоверное событие; б) невозможное событие?
4. В опыте с подбрасыванием игральной кости приведите пример трех событий таких, что любые два из них содержат общие исходы, а все три – несовместны.
5. Что означает событие  $A \cap \bar{B}$  в опыте с подбрасыванием игральной кости, если событие  $\bar{A}$  состоит в том, что число выпавших очков меньше 3, а В – выпало нечетное число очков?
6. Что означает событие  $A \cap \bar{B}$  в произвольном опыте?

### Практическая работа №3

#### Решение комбинаторных задач на расчет количества выборов

**Цель:** применение знаний умений определять тип комбинаторного объекта и рассчитывать количество выборов заданного типа в заданных условиях.

#### Задание для выполнения практической работы

Решить задачи по индивидуальному варианту

1. а) Сколько двухзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, 9?  
б) Сколько среди них чисел кратных пяти?  
в) Сколько среди них чисел кратных одиннадцати?  
г) Сколько среди них чисел кратных трем?
2. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага символику в виде четырёх вертикальных полос одинаковой ширины разных цветов – белого, синего, красного, зеленого. У каждой страны – свой флаг.  
а) Сколько всего стран могут использовать такую символику?  
б) Сколько всего стран могут использовать такую символику с первой белой полосой?  
в) Сколько всего стран могут использовать такую символику с третьей зеленой полосой?  
г) Сколько всего стран могут использовать такую символику с синей и красной полосами, расположенными рядом?
3. В футбольном турнире участвует несколько команд. Оказалось, что все они использовали для трусов и футболок белый, синий, красный, зеленый и желтый цвета, причем были использованы все возможные варианты.  
а) Сколько команд участвовало в турнире?  
б) Сколько команд играло в зеленых футболках?  
в) У скольких команд футболки и трусы были разного цвета?  
г) У скольких команд футболки и трусы были разного цвета, причем трусы были не красные?

4. На контрольной работе будет пять задач – по одной из каждой из пяти тем. Задачи будут взяты из общего списка по 10 задач в каждой теме. При подготовке к контрольной Вова решил по 8 задач из каждой темы. Найдите:

- а) общее число всех возможных вариантов контрольной работы;
- б) число тех вариантов, в которых Вова умеет решать все пять задач;
- в) число тех вариантов, в которых Вова ничего не сможет решить;
- г) число тех вариантов, в которых Вова умеет решать все задачи, кроме первой.

5. В клетки квадратной таблички  $2 \times 2$  произвольно ставят крестики и нолики.

- а) Сколькими способами можно заполнить эту табличку?
- б) В скольких случаях в левой нижней клетке будет стоять крестик?
- в) В скольких случаях в верхней левой и нижней правой клетках будут разные значки?
- г) Решите задачи а), б), и в) для таблички  $3 \times 3$ .

6. Имеется 12 различных книг: 7 по математике и 5 по физике. Сколькими способами можно выбрать две книги: одну по математике и одну по физике?

7. Сколькими способами можно выбрать две буквы из слова УЧЕБНИК, чтобы одна из них была гласная, а другая – согласная?

8. В классе обучаются 16 мальчиков и 14 девочек. Сколькими способами можно назначить двух дежурных по классу: одного мальчика и одну девочку?

9. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр: а) 1, 2, 3, 4, 5, 6; б) 0, 1, 2, 3, 4, 5?

10. Сколько существует различных позиций, которые могут получиться на шахматной доске, если оба партнера, имея начальную позицию, сделают всего лишь по одному ходу?

11. В столовой к обеду имеется выбор из четырех блюд на первое, пяти блюд на второе и трех блюд на десерт. Сколькими способами можно выбрать один обед?

12. Учитель приготовил для решения в классе 3 задачи. Сколькими способами он может предложить эти задачи трем учащимся, если в классе 30 человек?

13. Сколькими способами можно распределить три различных предмета между десятью лицами, если каждому давать не более одного предмета?

14. Сколькими способами можно распределить три различных предмета между 10 лицами, если не ограничивать число предметов, приходящихся на 1 человека?

15. Сколькими способами 6 человек могут стать в очереди друг за другом?

16. Сколькими способами можно рассадить 4 человек на 7 стульях?

17. Сколько четных четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5?

18. Сколько четырехзначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, не повторяя цифр в записи одного и того же числа?

19. Сколькими способами можно рассадить в ряд 5 человек так, чтобы Коля и Оля сидели рядом?
20. На книжной полке стоят 8 различных книг, причем 3 из них по математике. Сколькими способами можно расставить все эти книги так, чтобы книги по математике оказались рядом?
21. На собрании должны выступить 6 ораторов: А, Б, В, Г, Д, Е. Сколькими способами можно наметить порядок их выступлений, если Б должен выступить сразу после А?
22. На собрании должны выступить 6 ораторов: А, Б, В, Г, Д, Е. Сколькими способами можно наметить порядок их выступлений, если А по каким-то причинам должен выступить раньше чем Б?
23. На стулья с номерами с 1 по 9 садятся 5 мальчиков и 4 девочки, при этом мальчики садятся на стулья с нечетными номерами, а девочки – с четными. Сколькими способами дети могут разместиться?
24. На 5 стульях сидят 5 девочек, а напротив на 5 стульях сидят 5 мальчиков. Было решено, что мальчики поменяются местами с девочками. Сколькими способами это можно сделать?
25. Сколькими способами можно усадить за круглым столом 5 девочек и 5 мальчиков так, чтобы никакие 2 лица одного пола не сидели рядом?
26. Сколькими способами можно разложить 5 различных предметов по 3 ящикам?
27. Сколько существует пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
28. Сколько существует четных пятизначных чисел, которые одинаково читаются слева направо и справа налево?
29. Сколько имеется шестизначных чисел с предпоследней цифрой 1, которые делятся на 5?
30. Сколько имеется пятизначных чисел, в записи которых не встречается цифра 5?
31. Сколько имеется пятизначных чисел, в записи которых
  - а) ровно 1 раз встречается цифра 5?
  - б) встречается не более одной цифры 5?
  - в) хотя бы один раз встречается цифра 5?
32. Сколько имеется пятизначных чисел, делящихся на 5 и не имеющих в своей записи одинаковых цифр?
33. Сколько различных буквосочетаний можно получить при перестановке букв в слове АНАНАС?
34. Сколько различных буквосочетаний можно получить при перестановке букв в слове МАТЕМАТИКА?
35. Сколькими способами из 10 человек можно выбрать 3 человек на 3 различные должности?
36. Сколькими способами из 10 человек можно выбрать делегацию в составе 3 человек?

37. Сколькими способами можно распределить 5 совершенно одинаковых карандашей между 9 школьниками, если каждому давать не более 1 карандаша?
38. Бригада состоит из 7 мужчин и 5 женщин. Сколькими способами эта бригада может избрать делегацию в составе 5 человек, среди которых: а) 2 женщины; б) не более 2х женщин?
39. Сколькими способами 2 человека могут поделить между собою 10 различных предметов по 5 предметов каждому?
40. Сколькими способами 10 спортсменов могут разделиться на 2 команды по 5 человек?
41. Сколькими способами могут разделиться на 2 команды по 5 человек, если 2 спортсмена пожелали играть в одной команде?
42. Сколькими способами могут разделиться на 2 команды по 5 человек, если 2 спортсмена пожелали играть в разных командах?
43. Сколькими способами можно распределить 3 совершенно одинаковых предмета между 10 лицами, если не ограничивать число предметов, предлагаемых одному человеку?
44. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых каждая следующая цифра: а) меньше предыдущей; б) больше предыдущей?
45. Сколько имеется четырехзначных чисел, все цифры которых четные и идут в порядке: а) убывания; б) возрастания?
46. Сколько имеется пятизначных чисел, которые: а) начинаются двумя одинаковыми цифрами? б) оканчиваются двумя различными цифрами?
47. Сколько имеется четырехзначных чисел, у которых никакие 2 соседние цифры не совпадают?
48. Сколькими способами можно разложить 6 монет различного достоинства в 2 кармана?
49. В комнате имеется 6 лампочек, причем к каждой из них подведен свой выключатель. Сколькими способами можно освещать комнату, если для этого должна быть включена хотя бы 1 лампочка?
50. Имеется 15 различных конфет. Сколькими способами из них можно составить набор, содержащий нечетное число конфет?
51. Среди карточек, отличающихся только цветом, имеется 5 красных, 3 синих, 2 зеленых и 1 желтая карточка. Сколькими способами их можно выложить в ряд в виде цветной полосы?
52. Сколькими способами можно посадить 7 человек за круглым столом, считая способы одинаковыми, если их можно получить 1 из другого движением по кругу?
53. Сколькими способами можно посадить 7 человек за круглым столом, считая способы различными, если хотя бы у части сидящих появятся новые соседи?
54. Среди шаров, отличающихся только цветом, имеется 6 белых, 4 черных и 8 красных. Сколькими способами 2 мальчика их могут поделить (не обязательно поровну) между собою так, чтобы обоим досталось не менее двух шаров каждого цвета?

55. Вдоль желоба лежат 12 белых шаров. Сколькими способами среди них можно разместить 8 черных шаров так, чтобы никакие 2 черных шара не оказались рядом?
56. На школьном вечере присутствуют 12 девушек и 10 юношей. Сколькими способами можно составить из них 4 пары для танца?
57. Сколько различных делителей имеет число: а) 800; б) 126 000?
58. На собрании присутствуют 120 человек. Сколькими способами может быть избран президиум собрания в составе председателя, секретаря и 7 других членов президиума?
59. Из мешка, содержащего 9 белых и 5 черных шаров, вынимают один за другим все шары. Сколько возможно различных последовательностей появления шаров, если шары одного цвета между собой не различны?
60. Сколькими способами 30 различных книг можно разложить на 3 стопки так, чтобы в каждой стопке было 10 книг?

**Раздел 2. Основы теории вероятностей**  
**Тема 2.1. Случайные события. Классическое определение вероятности**

**Устный опрос**

1. Какие события называются достоверными? Приведите примеры?
2. Какие события называются невозможными? Приведите примеры?
3. Что называется вероятностью события?
4. В партии имеется 100 деталей, пять из которых бракованные. Определите вероятность того, что взятая наугад деталь окажется бракованной.
5. Что называется относительной частотой события?
6. Какие события называются несовместимыми? Приведите примеры?
7. Чему равна сумма несовместных событий?
8. Какие события называются противоположными?
9. Как формулируется теорема сложения вероятностей?
10. Чему равна сумма вероятностей противоположных событий?
11. Как формулируется теорема умножения вероятностей?

**Вероятностная модель случайного опыта**

Какие из следующих наборов чисел задают вероятности в ПЭИ с четырьмя исходами:

- а) 0,2; -0,2; 0,5; 0,5;      б) 0,1; 0,2; 0,3; 0,5;  
в) 0,1; 0,2; 0,3; 0,4;      г) 0,2; 0,3; 0,3; 0,1?
2. Дважды бросается монета. Образуют ли ПЭИ исходы:  
а) «герб выпал дважды», «цифра выпала дважды»;  
б) «герб выпал хотя бы один раз», «цифра выпала дважды»;  
в) «герб выпал один раз», «герб выпал хотя бы один раз», «герб не выпал ни разу»?
  3. Извлекается одна косточка домино. Образуют ли ПЭИ следующие исходы:  
а) «вынута кость 0:0», «вынута кость 0:1», «сумма очков на вынутой кости – натуральное число, не больше 11»?
  4. Производится два выстрела по мишени. Образуют ли ПЭИ следующие исходы: «ни одного попадания», «одно попадание», «нет промаха», «есть хоть одно попадание»?
  5. Приведите пример события, вероятность которого равна: а) 0;    б) 1.
  6. Приведите примеры опытов, множество исходов которых бесконечно.

**Классическое определение вероятности события**

1. Вероятность некоторого события в опыте с равновероятными исходами равна 0,15. Это событие состоит из трех исходов. Чему равны:  
а) вероятность каждого исхода;  
б) число элементов в ПЭИ?
2. Зная вероятность события:  
а) «стрелок хотя бы один раз попал в цель»;  
б) «у стрелка более двух попаданий в цель»;

в) «стрелок попал при всех выстрелах»,  
укажите событие, вероятность которого можно вычислить.

3. Будут ли равновероятными исходы:

- а) «элемент в электрической цепи вышел из строя», «не вышел из строя»;
- б) «станок потребует вмешательства рабочего», «станок не потребует вмешательства рабочего»;
- в) «лампа в телевизоре в течение года выходит из строя», «лампа в телевизоре в течение года не выходит из строя»;
- г) «изделие первосортно», «изделие второго сорта»?

## **Практическая работа №4** **Непосредственное вычисление вероятностей**

**Цель: формирование умений и навыков вычисления вероятности событий по классической формуле определения вероятности.**

**Задание для выполнения практической работы**

Вычислить вероятности событий, указанных в тексте.

1. За круглым столом сидят 5 мужчин и 5 женщин. Какова вероятность того, что два ли-

ца одинакового пола не сидят рядом, если места занимались случайно?

2. На столе лежат 20 экзаменационных билетов с номерами 1, 2, ..., 20.

Преподаватель

берёт 3 любых билета. Какова вероятность того, что они из первых четырёх?

3. Имеется 6 отрезков, длины которых равны соответственно 2, 4, 6, 8, 10, 12 единицам.

Найти вероятность того, что с помощью взятых наугад трёх отрезков можно построит треугольник.

4. Пять студентов из группы изучают английский язык, шесть студентов – немецкий и

семь студентов – французский язык. Случайным образом выбрано четыре студента.

Какова вероятность того, что двое из них изучают английский язык, один изучает

французский и один – немецкий?

5. На семи карточках написаны цифры от 1 до 7. Наудачу извлекаются две карточки.

Какова вероятность того, что сумма цифр на этих карточках будет чётной?

6. В мастерскую для ремонта поступило 10 телевизоров, из которых 3 нуждаются в общем ремонте. Мастер наугад берёт первые 5 штук. Какова вероятность того, что два из них нуждаются в общем ремонте?

7. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что выпадет одинаковое

число очков на обеих костях, и вероятность того, что на обеих костях выпадет чётное число очков.

8. Из полной колоды карт (52 карты) вынимается наугад три карты. Найти вероятность того, что этими картами будут тройка, семёрка и туз.

9. Телефонный номер состоит из пяти цифр. Найти вероятность того, что номер телефона случайно выбранного абонента не содержит одинаковых цифр.

10. В шахматном турнире участвуют 20 человек, которые разбиваются на две группы по 10 человек. Определить вероятность того, что четыре наиболее сильных игрока раз-  
делятся между группами поровну.

11. Четырёхтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо.

12. Какова вероятность того, что четырехзначный номер случайно взятого автомобиля в большом городе имеет все цифры разные и вероятность того, что он имеет все цифры одинаковые?

13. Полная колода карт (52 карты) делится пополам. Найти вероятность того, что число чёрных и красных карт в обеих пачках будет одинаковым.

14. На полке лежат 15 учебников, из них 7 – по математике. Студент наудачу берёт 3 учебника. Какова вероятность того, что взятые учебники – учебники по математике?

15. Игральная кость бросается два раза. Какова вероятность того, что сумма выпавших очков будет не менее 7 и не более 10?

16. В урне 2 белых и 4 чёрных шара. Из урны парами последовательно извлекают все шары. Какова вероятность того, что в последней паре оба шара будут чёрными?

17. Студент знает 15 из 20 вопросов учебной программы. На экзамене предлагается ответить на 3 вопроса, которые выбираются случайным образом. Какова вероятность того, что студент сможет ответить на предложенные вопросы?

18. Отрезок прямой, длина которого равна 2, делится случайным образом на 3 части.

Найти вероятность того, что из полученных частей можно построить треугольник.

19. Спортивная команда состоит из 20 спортсменов, из которых 5 боксёров, 7 штангистов

и 8 борцов. Для беседы с журналистом было выбрано случайным образом 3 спортсмена.

Определить вероятность того, что выбранные спортсмены представляют различные дисциплины спорта.

20. На восьми карточках написаны цифры от 1 до 8. Наудачу извлекаются две карточки.

Какова вероятность того, что сумма цифр, написанных на этих карточках, будет не менее 12?

21. Бросаются две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков будет не более чем 10.

22. Каждая из цифр 1, 3, 5, 6 и 8 написана на одной из пяти карточек.

Карточки перемешивают и раскладывают в ряд. Какова вероятность того, что полученное пятизначное число будет делиться на 4?

23. Наугад выбирается двухзначное число. Определить вероятность того, что сумма цифр этого числа является простым числом.

24. Из полного набора домино (28 штук) наудачу выбирают 7 костей. Какова вероятность того, что среди них окажется три кости с шестью очками?

25. Группа, состоящая из 8 человек, занимает места за круглым столом в случайном порядке. Какова вероятность того, что при этом два определенных лица окажутся сидящими рядом?

## **Тема 2.2. Вероятность сложных событий**

### **Устный опрос**

1. Понятие противоположного события; формула вероятности противоположного события.
2. Дать определение суммы двух событий. Записать формулу вероятности суммы двух событий и привести пример ее применения.
3. Дать определение условной вероятности. Когда условная вероятность равна нулю?
4. Дать определение независимых событий. Записать формулу вероятности произведения независимых событий и привести пример ее применения.
5. Записать формулу полной вероятности и привести пример ее применения.

6. Записать формулу Байеса и привести пример ее применения.

### **Теорема сложения вероятностей**

1. При каком условии вероятность суммы двух событий равна сумме вероятностей этих событий?
2. Рассмотрим опыт с подбрасыванием игральной кости. Пусть событие  $A$  означает, что число выпавших очков меньше 3, а  $B$  – число выпавших очков меньше 5. Чему равна  $P(A \cup B)$ ?
3. Чему равна  $P(A \cup B)$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит также в событие  $B$ ?
4. Рассмотрим опыт с подбрасыванием игральной кости. Пусть  $A = \{1, 2\}$ ,  $B = \{2, 4\}$ ,  $C = \{1, 4\}$ . Эти события несовместны в совокупности. Будет ли вероятность их суммы равна сумме их вероятностей?
5. Какие из следующих утверждений равны:
  - а) вероятность суммы трех попарно несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий;
  - б) вероятность суммы трех событий равна сумме вероятностей этих событий;
  - в) вероятность суммы трех несовместимых событий равна сумме вероятностей этих событий?
6. Может ли вероятность суммы трех событий быть:
  - а) меньше суммы вероятностей этих событий;
  - б) больше суммы вероятностей этих событий;
  - в) равной сумме вероятностей этих событий;
  - г) равной вероятности одного из слагаемых;
  - д) равной вероятности суммы двух слагаемых?

### **Независимые события**

1. При каком условии вероятность произведения двух событий равна произведению вероятностей этих событий?
2. Может ли вероятность произведения двух независимых событий быть:
  - а) больше вероятности одного из этих событий;
  - б) равной вероятности одного из этих событий;
  - в) меньше вероятности одного из этих событий?
3. Чему равна вероятность суммы двух независимых событий?
4. Рассмотрим опыт с подбрасыванием игральной кости. Пусть событие  $A$  означает, что число выпавших очков меньше трех, а  $B$  – число выпавших очков меньше 5. Будут ли события  $A$  и  $B$  независимы?
5. Могут ли быть независимыми события  $A$  и  $B$ , если каждый элементарный исход события  $A$  входит и в собрание  $B$ ?
6. Из карточек 100, 010, 001 наугад извлекается одна. Пусть событие  $A_i$ ,  $i=1, 2, 3$  означает, что в карточке на  $i$ -м месте стоит 1.
  - а) Будут ли события  $A_1, A_2, A_3$  попарно независимы?
  - б) Верно ли, что  $P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)$ ?
7. Верно ли, что вероятность произведения трех попарно независимых событий равна произведению вероятностей этих событий?

### Условные вероятности

1. Пусть  $U$  и  $V$  – соответственно достоверное и невозможное события. Чему равна: а)  $P(U/A)$ ; б)  $P(V/A)$ ?
2. Верно ли, что  $P(\bar{A}/B) = 1 - P(A/B)$ ?
3. Рассмотрим опыт с подбрасыванием игральной кости дважды. Пусть событие  $A$  означает, что «сумма выпавших очков четна»,  $B$  – «сумма очков больше на 9»,  $C$  – «сумма выпавших очков меньше четырех»,  $D$  – «сумма выпавших очков больше 10». Найдите  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(C)$ ,  $P(D)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cap C)$ ,  $P(B \cap D)$ .
4. Может ли вероятность произведения двух событий быть:
  - а) больше произведения вероятностей этих событий;
  - б) равной произведению вероятностей этих событий;
  - в) меньше произведения вероятностей этих событий?
5. Может ли вероятность произведения двух событий быть:
  - а) больше вероятности одного из сомножителей;
  - б) меньше вероятности одного из сомножителей;
  - в) равной вероятности одного из сомножителей?
6. При каком условии не имеет смысла  $P(B/A)$ ?

### Практическая работа №5

#### Основные формулы теории вероятностей

**Цель:** овладение умениями и навыками решения задач на вычисление вероятности сложных событий.

**Задания для выполнения практической работы**

1. Для сигнализации об аварии установлены два независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,95 для первого сигнализатора и 0,9 для второго. Найти вероятность того, что при аварии работает только один сигнализатор.

2. Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго – 0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

3. Вероятность одного попадания в цель при одном залпе из двух орудий равна 0,38. Найти вероятность поражения цели при одном выстреле первым из орудий, если известно, что для второго орудия эта вероятность равна 0,8.

4. Вероятность того, что при одном измерении некоторой физической величины будет допущена ошибка, превышающая задорную точность, равна 0,4. Произведены три независимых измерения. Найти вероятность того, что только в одном из них допущенная ошибка превысит заданную точность.

5. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта. Вероятность того, что наудачу взятое изделие окажется высшего сорта, равно

0,8. Найти вероятность того, что из трёх проверенных изделий только два изделия высшего сорта.

6. Устройство состоит из трёх элементов, работающих независимо. Вероятности безоткатной работы (за время  $t$ ) первого, второго и третьего элементов соответственно равно 0,6; 0,7; 0,8. Найти вероятность того, что за время  $t$  безоткатно будут работать: а) только один элемент; б) только два элемента; в) все три элемента.

7. Вероятности того, что нужная сборщику деталь находится в первом, втором, третьем, четвёртом ящике, соответственно равны 0,6; 0,7; 0,8; 0,9. Найти вероятность того, что детали содержатся: а) на более чем в трёх ящиках; б) не менее чем в двух ящиках.

8. Брошены три игральные кости. Найти Вероятности следующих событий: а) на каждом из впавших граней появится пять очков; б) на всех выпавших гранях появится одинаковое число оков.

9. Брошены три игральные кости. Найти вероятности следующих событий: а) на двух выпавших гранях появится одно очко, а на третьей – другое число очков; б) на двух выпавших гранях появится одинаковое число очков, а на третьей другое число очков; в) на всех выпавших гранях появится разное число очков.

10. Отдел технического контроля проверяет изделия на стандартность. Вероятность того, что изделие стандартно, равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных изделий только одно стандартное.

### **Практическая работа №6** **Формула полной вероятности. Вероятность гипотез.**

**Цель:** овладение умениями и навыками решения вероятностных задач на применение формулы полной вероятности и формулы Байеса.

#### **Задания для выполнения практической работы**

1. Образуют ли два противоположных события полную группу событий?
2. Если сумма вероятностей событий равна 1, можно утверждать, что они образуют полную группу? А наоборот?
3. Могут ли события  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , среди которых  $A$  и  $B$  независимы и имеют отличные от нуля вероятности, образовывать полную группу событий?
4. Известно, что каждый элементарный исход из  $A$  входит по крайней мере в одно из несовместимых событий  $B$  или  $C$ , не являющихся противоположными друг другу. Будет ли справедлива формула полной вероятности:

$$P(A) = P(B)P(A/B) + P(C)P(A/C)?$$

5. Верно ли, что:

$$P(A/C) = P(B \cap C)P(A/B \cap C) + P(\bar{B} \cap C)P(A/\bar{B} \cap C)?$$

1. В урну, содержащую  $n$  шаров, опущен белый шар, после чего наудачу извлечён один шар. Найти вероятность того, что извлеченный шар окажется белым, если равновозможны все предположения о первоначальном составе шаров (по цвету).

2. В вычислительной лаборатории имеются шесть клавишных автоматов и четыре полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равно  $0,95$ ; для полуавтомата вероятность равна  $0,8$ . Студент производит расчет наудачу выбранной машине. Найти вероятность того, что до окончания расчетов машина не выйдет из строя.

3. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна  $0,95$ ; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна  $0,7$ . Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведёт один выстрел из наудачу взятой винтовки.

4. В ящике содержится 12 деталей, изготовленных на заводе № 1, 20 деталей – на заводе №2 и 18 деталей – на заводе №3. Вероятность того, что деталь, изготовленная на заводе №1, отличного качества, равна  $0,9$ ; для деталей, изготовленных на заводе №2 и №3, эти вероятности соответственно равны  $0,6$  и  $0,9$ . Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.

5. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй урне 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один шар. Найти вероятность того, что взят белый шар.

6. В каждой из трёх урн содержится 6 чёрных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечён один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй наудачу извлечён один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.

7. Вероятности того, что во время работы цифровой электронной машины произойдет сбой в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах, относятся как  $3:2:5$ . Вероятности обнаружения сбоя в арифметическом устройстве, в оперативной памяти, в остальных устройствах соответственно равны  $0,8; 0,9; 0,9$ . Найти вероятность того, что возникший в машине сбой будет обнаружен.

8. В пирамиде 10 винтовок, из которых 4 снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна  $0,95$ ; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна  $0,8$ . Стрелок поразил мишень из наудачу взятой винтовки. Что вероятнее: стрелок стреляет из винтовки с оптическим прицелом или без него?

9. Число грузовых автомашин, проезжающих по шоссе, на котором стоит бензоколонка, относится к числу легковых машин, проезжающих по

тому же шоссе как 3:2. Вероятность того, что будет заправляться грузовая машина. Равна 0.1; для легковой машины эта вероятность 0,2. К бензоколонке подъехал для заправки машина. Найти вероятность того, что эта грузовая машина.

10. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу, равна 0,55, а ко второму – 0,45. Вероятность того, что стандартное изделие будет признано стандартным, первым товароведом, равна 0,9, а вторым – 0,98. Стандартное изделие будет признано стандартным. Найти вероятность того, что эта изделие проверил второй товаровед.

### Тест

#### Вариант 1.

1. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?  
1) 30 2) 100 3) 120 4) 5
2. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?  
1) 128 2) 359603)36 4)46788
3. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?  
1) 10 2)60 3) 20 4)30
4. Вычислить:  $6! - 5!$   
1) 600 2) 300 3) 1 4) 1000
5. В ящике находится 45 шариков, из которых 17 белых. Потеряли 2 не белых шарика. Какова вероятность того, что выбранный наугад шарик будет белым?  
1) 2) 3) 4)
6. Бросают три монеты. Какова вероятность того, что выпадут два орла и одна решка?  
1) 2) 0,5 3)0,125 4)
6. В денежно-вещевой лотерее на 1000000 билетов разыгрывается 1200 вещевых и 800 денежных выигрышей. Какова вероятность выигрыша?  
1)0,0012  
2) 0,00012  
3) 0,0008  
4) 0,002

#### Вариант 2.

1. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?

1) 100 2) 30 3) 5 4) 120

2. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?

1) 3 2) 6 3) 2 4) 1

3. Сколькими способами из 9 учебных предметов можно составить расписание учебного дня из 6 различных уроков.

1) 100002) 604803) 56 4) 39450

4. Вычислите:

1) 2 2) 56 3) 30 4)

5. В игральной колоде 36 карт. Наугад выбирается одна карта. Какова вероятность, что эта карта — туз?

1) 2) 3) 4)

6. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность того, что выпадут две четные цифры?

1) 0,25 2) 3) 0,5 4) 0,125

7. В корзине лежат грибы, среди которых 10% белых и 40% рыжих. Какова вероятность того, что выбранный гриб белый или рыжий?

1) 0,5 2) 0,4 3) 0,04 4) 0,8

### Вариант 3.

1. Сколькими способами можно расставить 4 различные книги на книжной полке?

1) 24 2) 4 3) 16 4) 20

2. Сколько диагоналей имеет выпуклый семиугольник?

1) 30 2) 21 3) 14 4) 7

3. В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

1) 22 2) 11 3) 150 4) 110

4. Сократите дробь:

1) 1 2) 3) 4)

5. Какова вероятность, что при одном броске игрального кубика выпадает число очков, равное четному числу?

1) 2) 0,5 3) 4) 0,25

6. Катя и Аня пишут диктант. Вероятность того, что Катя допустит ошибку, составляет 60%, а вероятность ошибки у Ани составляет 40%. Найти вероятность того, что обе девочки напишут диктант без ошибок.

- 1) 0,25    2) 0,4    3) 0,48    4) 0,2

7. Завод выпускает 15% продукции высшего сорта, 25% - первого сорта, 40% - второго сорта, а все остальное - брак. Найти вероятность того, что выбранное изделие не будет бракованным.

- 1) 0,8    2) 0,1    3) 0,015    4) 0,35

#### Вариант 4

1. Сколькими способами могут встать в очередь в билетную кассу 5 человек?

- 1) 5    2) 120    3) 25    4) 100

2. Сколькими способами из 25 учеников класса можно выбрать четырех для участия в праздничном концерте?

- 1) 12650    2) 100    3) 75    4) 10000

3. Сколько существует трехзначных чисел, все цифры которых нечетные и различные.

- 1) 120    2) 30    3) 50    4) 60

4. Упростите выражение:

- 1) 0,5    2)    3)  $-n$     4)  $-1$

5. Какова вероятность, что ребенок родится 7 числа?

- 1)    2)    3)    4)

6. Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем попадания первого стрелка составляет 90%, второго - 80%, третьего - 70%. Найдите вероятность того, что все три стрелка попадут в мишень?

- 1) 0,504    2) 0,006    3) 0,5    4) 0,3

7. Из 30 учеников спорткласса, 11 занимается футболом, 6 - волейболом, 8 - бегом, а остальные прыжками в длину. Какова вероятность того, что один произвольно выбранный ученик класса занимается игровым видом спорта?

- 1)    2) 0,5    3)    4)

#### Вариант 5

1. Сколько существует вариантов рассаживания 6 гостей на 6 стульях?

- 1) 36    2) 180    3) 720    4) 300

2. Аня решила сварить компот из фруктов 2-ух видов. Сколько различных вариантов (по сочетанию фруктов) компотов может сварить Аня, если у нее имеется 7 видов фруктов?

- 1) 14    2) 10    3) 21    4) 30

3. Сколько существует обыкновенных дробей, числитель и знаменатель которых - простые различные числа не больше 20?

- 1) 80    2) 56    3) 20    4) 60

4. Упростите выражение: -

- 1)            2)            3)            4) 0

5. Какова вероятность того, что выбранное двузначное число делится на 12?

- 1)            2)            3)            4)

6. Николай и Леонид выполняют контрольную работу. Вероятность ошибки при вычислениях у Николая составляет 70%, а у Леонида - 30%. Найдите вероятность того, что Леонид допустит ошибку, а Николай нет.

- 1) 0,21    2) 0,49    3) 0,5    4) 0,09

7. Музыкальная школа проводит набор учащихся. Вероятность быть не зачисленным во время проверки музыкального слуха составляет 40%, а чувство ритма - 10%. Какова вероятность положительного тестирования?

- 1) 0,5    2) 0,4    3) 0,6    4) 0,04

#### Вариант 6

1. Сколькими способами можно с помощью букв К, А, В, С обозначить вершины четырехугольника?

- 1) 12    2) 20    3) 24    4) 4

2. На полке стоят 12 книг. Наде надо взять 5 книг. Сколькими способами она может это сделать?

- 1) 792    2) 17    3) 60    4) 300

3. В 12 - ти этажном доме на 1 этаже в лифт садятся 9 человек. Известно, что они выйдут группами в 2, 3 и 4 человека на разных этажах. Сколькими способами они могут это сделать, если на 2 - ом этаже лифт не останавливается?

- 1) 100    2) 720    3) 300    4) 60

4. Упростите выражение: -

- 1)            2)            3)            4) 0

5. В ящике лежат карточки с буквами, из которых можно составить слово «электрификация». Какова вероятность того, что наугад выбранная буква окажется буквой к?

- 1)    2) 7    3)    4)

6. Каждый из трех стрелков стреляет в мишень по одному разу, причем вероятность попадания 1 стрелка составляет 80%, второго - 70%, третьего 60%. Найдите вероятность того, что двое из трех стрелков попадет в мишень.

1) 0,336 2) 0,452 3) 0,224 4) 0,144

7. В корзине лежат фрукты, среди которых 30% бананов и 60% яблок.

Какова вероятность того, что выбранный наугад фрукт будет бананом или яблоком?

1) 0,9 2) 0,5 3) 0,34 4) 0,18

#### Вариант 7

1. В корзине лежит: яблоко, апельсин, грейпфрут и манго. Сколькими способами 4 девочки могут поделить фрукты? (одной девочке один фрукт)

1) 4 2) 24 3) 20 4) 16

2. На плоскости расположены 25 точек так, что три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

1) 75 2) 100 3) 2300 4) 3000

3. В теннисном турнире участвуют 10 спортсменов. Сколькими способами теннисисты могут завоевать золото, серебро и бронзу?

1) 600 2) 100 3) 300 4) 720

4. Вычислите:

1) 1 2) 13 3) 12 4) 32

5. Случайным образом открывается учебник литературы и находится второе слово на странице. Какова вероятность того, что это слово начинается на букву л?

1) 2) 3) 4)

6. Вступительный экзамен в лицей состоит из трех туров. Вероятность отсева в 1 туре составляет 60%, во втором - 40%, в третьем - 30%. Какова вероятность поступления в лицей?

1) 0,24 2) 0,12 3) 0,18 4) 0,072

7. В коробке лежат 4 голубых, 3 красных, 9 зеленых, 6 желтых шариков. Какова вероятность того, что выбранный шарик будет не зеленым?

1) 2) 0,5 3) 4)

#### Вариант 8

1. Разложите на простые множители число 30. Сколькими способами можно записать в виде произведения простых множителей число 30?

1) 6 2) 12 3) 30 4) 3

2. Сколько можно составить из простых делителей числа 2730 составных чисел, имеющих только два простых делителя?

1) 300 2) 10 3) 150 4) 15

3. На плоскости даны 8 точек, причем три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует векторов с началом и концом в любых двух из данных точек?

1) 18 2) 28 3) 64 4) 56

4. Вычислите:  $-P_2$

1) 48 2) 94 3) 56 4) 96

5. Катя забыла последнюю цифру семизначного номера телефона знакомой девочки. Какова вероятность того, что Катя набрала телефон знакомой девочки?

1) 0,5 2) 0,1 3) 4) 0,7.

6. Три выключателя соединены параллельно. Вероятность выхода из строя первого выключателя равна 3%, второго - 4%, третьего - 1%. Какова вероятность того, что цепь будет разомкнута?

1) 12 2) 0,5 3) 0,12 4)  $12 \cdot 10^6$

7. На экзамене по математике для усиления контроля класс из 35 учащихся рассадили в три аудитории. В первую посадили 10 человек, во вторую - 12, в третью - остальных. Какова вероятность того, что два друга окажутся в одной аудитории?

1) 2) 0,5 3) 4)

#### Вариант 9

1. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток так, чтобы 2 клетки были окрашены красным цветом, а 4 другие - белым, черным, зеленым и синим? (каждый своим цветом).

1) 120 2) 360 3) 180 4) 500

2. Сколькими способами можно группу из 17 учащихся разделить на 2 группы так, чтобы в одной группе было 5 человек, а в другой - 12 человек.

1) 60 2) 85 3) 6188 4) 6000

3. На плоскости даны 10 точек, причем три из них не лежат на одной прямой. Сколько существует лучей с началом в любой из данных точек, проходящих через любую другую из данных точек?

1) 720 2) 360 3) 500 4) 100

4. Решите уравнение:  $A^2_{x+1} = 20$

1) 4; -5 2) 4 3) -5 4) 9

5. В лотерее 1000 билетов, среди которых 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет невыигрышный?

1) 2) 0,2 3) 4) 0,5

6. Отдел технического контроля типографии «Фаворит» проверил книжную продукцию на наличие брака. Вероятность того, что книга не бракованная равна 0,9. Найти вероятность того, что из двух проверенных книг только одна бракованная.

1) 0,18 2) 0,81 3) 0,5 4) 0,01

7. 25 выпускников мединститута направили работать в три села. В Хацепеевку попало 7 молодых специалистов, в Хачапуровку - 12, В Красные Огурейцы - остальные. Какова вероятность того, что три друга будут сеять разумное, доброе, вечное в одном селе?

- 1)            2)            3) 0,5    4) 0,35

### Вариант 10

1. Сколькими способами можно закрасить 6 клеток таким образом, чтобы 3 клетки были красными, а 3 оставшиеся были закрашены (каждая своим цветом) белым, черным и зеленым?

- 1) 180    2) 300    3) 120    4) 240

2. Сколькими способами из 10 игроков волейбольной команды можно выбрать стартовую шестерку?

- 1) 210    2) 60    3) 30    4) 240

3. На соревнованиях по легкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4 по 100 на первом, втором, третьем и четвертом этапах?

- 1) 1200    2) 880003) И880 4)3000

4. Решите уравнение:  $x \cdot (x - 1) = 30$

- 1) 6    2) -5; 6    3) -5    4) 30

5. На карточках выписаны числа от 1 до 10 (на одной карточке - одно число). Карточки положили на стол и перемешали. Какова вероятность того, что на вытащенной карточке окажется число 3?

- 1)            2) 0,1    3)            4) 0,4

6. Из партии изделий товаровед отбирает изделия высшего сорта.

Вероятность того, что наудачу взятое изделие, окажется высшего сорта равна 0,8. Найдите вероятность того, что из трех проверенных изделий только два высшего сорта.

- 1) 0,384    2) 0,5    3) 0,3    4) 0,4

7. На соревнованиях по стрельбе стрелок попадает в десятку с вероятностью 0,04, в девятку 0,1, в восьмерку - 0,2. Какова вероятность того, что одним выстрелом стрелок наберет не менее восьми очков.

- 1) 0,14    2) 0,3    3) 0,24    4) 0,34

### Ответы к тестам

#### Вариант 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	2	4	1	2	3	4

#### Вариант 2

1	№ задания	2	3	4	5	6	7
4	№ ответа	1	2	2	3	1	1

**Вариант 3**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	1	2	4	3	2	4	1

**Вариант 4**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	1	4	3	2	1	1

**Вариант 5**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	3	2	2	2	4	1

**Вариант 6**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	1	2	3	1	3	1

**Вариант 7**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	3	4	1	2	3	1

**Вариант 8**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	1	2	4	3	2	4	1

**Вариант 9**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	2	3	1	2	3	1	2

**Вариант 10**

№ задания	1	2	3	4	5	6	7
№ ответа	3	1	4	1	2	1	4

Критерий оценки:

4 - 5 заданий – оценка 3

6 - заданий – оценка 4



4. а) Найти вероятность того, что событие А появится не менее трех раз в четырех независимых испытаниях, если вероятность появления события А в одном испытании равна 0,4; б) Событие В появится в случае, если событие А наступит не менее четырех раз. Найти вероятность наступления события В, если будет произведено пять независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события А равна 0,8.

5. Устройство состоит из трех независимо работающих основных элементов. Устройство отказывается, если откажет хотя бы один элемент. Вероятность отказа каждого элемента за время  $t$  равна 0,1. Найти вероятность безотказной работы устройства за время  $t$ , если: а) работают только основные элементы; б) включен один резервный элемента; в) включены два резервных элемента. Предполагается, что резервные элементы работают в том же режиме, что и основные, вероятность отказа каждого резервного элемента также равна 0,1 и устройство отказывает, если работает менее трех элементов.

6. В семье пять детей. Найти вероятность того, что среди этих детей: а) два мальчика; б) не более двух мальчиков; в) более двух мальчиков; г) не менее двух и не более трех мальчиков. Вероятность рождения мальчика принять равной 0,51.

7. Отрезок АВ разделен точкой С в отношении 2:1. На этот отрезок наудачу брошены четыре точки. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки С и две - правее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

8. На отрезок АВ длины  $a$  наудачу брошено пять точек. Найти вероятность того, что две точки будут, находится от точки А на расстоянии, меньше  $x$ , а три - на расстоянии, больше чем  $x$ . Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

9. Отрезок разделен на четыре равные части. На отрезок наудачу брошено восемь точек. Найти вероятность того, что на каждую из четырех частей отрезка попадет по две точки. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

10. Два из трех независимо работающих элементов вычислительного устройства отказали. Найти вероятность того, что отказали первый и второй элементы, если вероятность отказа первого, второго и третьего элементов соответственно равны 0,2; 0,4; 0,3.

### Раздел 3. Дискретные случайные величины

#### Тема 3.1. Понятие дискретной случайной величины

##### Устный опрос

1. Какие величины называются случайными?

2. Приведите примеры случайных величин.
3. Дайте определение дискретной случайной величины.
4. Приведите примеры дискретных случайных величин.
5. Что понимается под распределением дискретной случайной величины?
6. Графическое изображение распределения дискретной случайной величины

### **Тема 3.2. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их свойства**

#### **Устный опрос**

1. Дайте определение числовой характеристики случайной величины
2. Классификация числовых характеристик случайной величины
3. Дайте определение математического ожидания дискретной случайной величины
4. В чем заключается сущность математического ожидания?
5. Перечислите свойства математического ожидания
6. Дайте определение дисперсии дискретной случайной величины
7. В чем заключается сущность дисперсии?
8. Какими свойствами обладает дисперсия?
9. Среднее квадратичное отклонение, его назначение и формула для вычисления.

#### **Математическое ожидание случайной величины**

1. Можно ли по результатам наблюдений за случайной величиной:
2. Является ли математическое ожидание случайной величиной или нет?
  - а) составить закон ее распределения;
  - б) найти ее математическое ожидание;
  - в) указать приближенное значение математического ожидания?
3. Можно ли найти математическое ожидание случайной величины, связанной с некоторым опытом, если заданы ПЭИ этого опыта и элементарные вероятности?
4. Пусть  $a$  и  $b$  – соответственно наименьшее и наибольшее значения случайной величины  $X$ . Какие из следующих соотношений верны:
  - а)  $MX < a$ ;
  - б)  $a \leq MX \leq b$ ;
  - в)  $MX > b$ ?
5. Случайная величина принимает два значения 0 и 1. Чему равно ее математическое ожидание?

#### **Свойства математического ожидания**

1. Справедливо ли равенство  $M(cX) = cMX$  при  $c=0$ ?
2. Можно ли утверждать, что математическое ожидание разности двух случайных величин равно разности математических ожиданий этих величин?
3. Можно ли утверждать, что если  $X=Y$ , то  $MX=MY$ ? А наоборот?
4. Из того, что  $MX \geq 0$ , следует ли, что  $X \geq 0$ ?
5. Чему равно  $M(MX)$ ?

#### **Дисперсия случайной величины**

1. Является ли дисперсия случайной величиной или нет?

2. Чему равен  $D(-X)$ , если  $DX=3$ ?
3. Случайная величина принимает значения  $-3; -2; -1; 0$ . Что можно сказать о знаке ее дисперсии?
4. Может ли дисперсия случайной величины быть:
  - а) меньше нуля;
  - б) равной нулю?
5. Как изменится дисперсия случайной величины, если от всех ее значений вычесть одно и то же число?

### Практическая работа №8

#### Определение числовых характеристик дискретной случайной величины

**Цель:** приобретение умений определять числовые характеристики дискретной случайной величины.

#### Задания для выполнения практической работы №8

##### Вариант 1.

1. Две радиолокационные станции ведут наблюдение за тремя объектами, которые могут создавать помехи, затрудняющие их обнаружение. Число объектов, которые могут быть обнаружены этими станциями за один цикл осмотра, имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.01	0.03	0.06	0.9

$y_k$	0	1	2	3
$p_i$	0.02	0.02	0.04	0.92

- а) Какая из станций работает надежнее?
- б) Найдите среднее число объектов, обнаруженных первой станцией за пять циклов осмотра.
- в) Найдите среднее значение разности между числом объектов, обнаруженных первой и второй станциями за один цикл осмотра

##### 2. Случайная величина $X$ задана рядом распределения

$x_i$	-2	-1	0	2	3
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X < -1\}$ ,  $P\{-1 \leq x \leq 2\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=2X+3$

##### Вариант 2.

1. Число клиентов, обслуживаемых двумя парикмахерскими, за 30 мин имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.5	0.2	0.25	0.5

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.1	0.2	0.3	0.4

- а) Какая из парикмахерских более загружена работой?
- б) Найдите среднее число клиентов, обслуживаемых 1-й парикмахерской за 7ч.

в) Какое среднее число клиентов обслуживают обе парикмахерские за 30 мин?

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	3	5	7	9	11
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Нарисовать многоугольники распределения.

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 10\}$ ,  $P\{3 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 5X + 3$

### Вариант 3.

1. Число опечаток на одной странице в каждой из двух книг имеет соответственно закон распределения:

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.84	0.09	0.07

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.85	0.1	0.03	0.02

а) Какая книга набрана качественнее?

б) Найдите среднее число опечаток на 20 страницах первой книги.

в) Найдите среднюю разность между числом опечаток на одной странице первой и второй книг.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.15	0.15	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 5\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 5\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 2$

### Вариант 4.

1. Число дорожных происшествий, происходящих на каждом из двух перекрёстков за сутки, имеет соответственно закон распределения.

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.86	0.08	0.06

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.87	0.1	0.02	0.01

а) Какой из перекрёстков безопаснее для движения?

б) Найдите среднее число происшествий, происходящих на втором перекрёстке за 10 сут.

в) Какое среднее число происшествий происходит на обоих перекрёстках за сутки?

г) Вычислите дисперсию числа происшествий на первом перекрёстке: за сутки; за двое суток.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	0.1	0.2	0.4	0.2	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 4\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 4\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 2$

### Вариант 5.

1. Техническая система содержит два прибора повышенной надёжности, в каждом из которых имеется три однородные детали, дублирующие работу друг друга. Законы распределения числа деталей, выходящих из строя за каждые 1000 часов работы системы, для этих приборов имеют соответственно вид:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.7	0.15	0.1	0.05

$X_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.68	0.16	0.12	0.04

а) Какой из приборов надёжнее?

б) Найдите среднее число деталей в первом приборе, выходящих из строя за 10000 часов.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5
$p_i$	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 7\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 7\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 3X + 1$

### Вариант 6

1. Выигрыши, выпадающие на один билет в двух лотереях, имеют соответственно законы распределения.

$x_k$	0	1	3	5	10
$p_k$	0.85	0.08	0.04	0.02	0.01

$X_k$	0	1	3	5	10
$p_k$	0.91	0.03	0.01	0.03	0.02

а) Какой лотерее Вы отдали бы предпочтение?

б) Найдите средний выигрыш для владельцев 5 билетов в выбранной лотерее.

- в) Какой средний выигрыш получит лицо, купившее по одному билету в каждой лотерее?  
 г) Вычислите дисперсию выигрыша в первой лотерее для владельца одного билета; двух билетов.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$p_i$	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 7\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 7\}$

Найти  $MX$ ,  $DX$ ,  $\delta X = \sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 3X + 1$

### Вариант 7.

1. В каждом из двух цехов по 4 мотора. Законы распределения числа моторов, включенных в данный момент, имеют собственный вид.

$x_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.1	0.4	0.3	0.2

$y_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.15	0.35	0.45	0.45

Стоимость работы мотора в один час равна 15 руб.

- а) Какой из цехов интенсивнее использует моторы?  
 б) Какое среднее число моторов включено в данный момент в обоих цехах?  
 в) Найдите среднюю стоимость работ станков за один час в первом цехе.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_i$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 9\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$ .  $\delta X = \sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y = 2X + 3$

### Вариант 8

1. Число бракованных изделий, изготавливаемых каждым из двух рабочих за смену, имеет соответственно закон распределения

$x_k$	0	1	2
$p_k$	0.94	0.01	0.05

$y_k$	0	1	2
$p_k$	0.93	0.04	0.03

- а) Какой из рабочих работает лучше?  
 б) Найдите среднее число бракованных изделий, изготавливаемых первым рабочим за четыре смены.

в) Какое среднее число бракованных деталей изготавливают оба рабочих за смену?

г) Вычислите дисперсию числа бракованных деталей, изготавливаемых первым рабочим: за одну смену; за две смены.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	1	2	3	4	5	6
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X>2\}$ ,  $P\{2\leq X\leq 5\}$ ,  $P\{X>5\}$ .  $MX$ ,  $DY$ ,  $\delta X$ .

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=2X+2$

### Вариант 9

1. Число вызовов, поступающих в больницы скорой помощи двух районов ночью в течение 10 мин, имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.5	0.15	0.5	0.3

$y_k$	0	1	2	3
$p_k$	0.1	0.2	0.3	0.4

а) Какая из больниц более загружена?

б) Найдите среднее число вызовов, поступающих во вторую больницу за 1 час?

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения.

$x_i$	-2	-1	0	1	2	3
$p_i$	0.1	0.15	0.25	0.25	0.15	0.1

Найти  $P\{X<-1\}$ ,  $P\{X>2\}$ ,  $P\{-1\leq X\leq 2\}$

Найти  $MY$ ,  $DY$ ,  $\delta X$ ;  $\delta X=\sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$ ,  $DY$  для случайной величины  $Y=2X+3$

### Вариант 10

1. Отклонения от номинального размера результата некоторого измерения на двух приборах одним оператором имеют соответственно законы распределения:

$x_k$	1	2	3	4
$p_k$	0.1	0.4	0.3	0.2

$x_k \%$	1	2	3	4
$p_k$	0.2	0.3	0.25	0.25

а) Какой из приборов точнее?

б) Найдите среднее отклонение среднего арифметического пяти измерений на первом приборе.

в) Найдите среднее значение разности между отклонениями результатов измерений от номинала на двух приборах.

2. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$p_i$	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

Найти  $P\{X < 2\}$ ,  $P\{X > 9\}$ ,  $P\{2 \leq X \leq 9\}$ .

Найти  $MX$ ,  $DX$   $\sigma(x)$   $\delta X = \sqrt{DX}$

Построить таблицу распределения и найти  $MY$  и  $DY$  для случайной величины.

## Раздел 4. Непрерывные случайные величины

### Тема 4.1. Понятие непрерывной случайной величины

#### Устный опрос

1. Какая случайная величина называется непрерывной?
2. Приведите примеры непрерывной случайной величины.
3. Дайте понятие равномерно распределенной НСВ.
4. Формула вычисления вероятностей для равномерно распределенной НСВ (геометрическое определение вероятности)
5. Дайте понятие случайной точки, равномерно распределенной в плоской фигуре и назовите формулу вычисления вероятностей для такой случайной точки.
6. Определение и свойства функции плотности
7. Формула функции плотности для равномерно распределенной НСВ
8. Определение и свойства интегральной функции распределения НСВ
9. Какая связь между функцией плотности и интегральной функцией распределения?
10. Как производится расчет вероятностей для НСВ по ее функции плотности и интегральной функции распределения?
11. Вероятность попадания непрерывной случайной величины в заданный интервал.

#### Самостоятельная работа

##### Равномерное распределение

#### Решить задачи:

1. Плотность равномерного распределения сохраняет в интервале  $(a, b)$  постоянное значение, равное  $C$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти значение постоянного параметра  $C$ .
2. Закон равномерного распределения задан плотностью вероятности  $f(x) = 1/(b-a)$  в интервале  $(a, b)$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти функцию распределения  $F(x)$ .

3. Найти математическое ожидание случайной величины  $X$ , равномерно распределенной в интервале  $(a, b)$ .
4. Найти математическое ожидание случайной величины,  $X$ , распределенной равномерно в интервале  $(2, 8)$ .
5. Найти дисперсию и стандартное отклонение случайной величины  $X$ , распределенной равномерно в интервале  $(a, b)$ .
6. Найти дисперсию и стандартное отклонение случайной величины  $X$ , распределенной равномерно в интервале  $(2, 8)$ .
7. Равномерно распределенная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения  $f(x) = 1/(2l)$  в интервале  $(a-l, a+l)$ ; вне этого интервала  $f(x) = 0$ . Найти математическое ожидание и дисперсию  $X$ .
8. Диаметр круга  $x$  измерен приближенно,  $a < x < b$ . Рассматривая диаметр как случайную величину  $X$ , распределенную равномерно в интервале  $\{a, b\}$ , найти математическое ожидание и дисперсию площади круга.
9. Ребро куба  $x$  измерено приближенно, причём  $a < x < b$ . Рассматривая ребро куба как случайную величину  $X$ , распределенную равномерно в интервале  $(a, b)$ , найти математическое ожидание и дисперсию объёма куба.
10. Цена деления шкалы амперметра равна  $0,1$  А. Показания округляют до ближайшего целого деления. Найти вероятность того, что при отсчете будет сделана ошибка, превышающая  $0,02$  А.

#### **Тема 4.2. Числовые характеристики непрерывной случайной величины**

##### **Устный опрос**

1. Математическое ожидание непрерывной случайной величины и формула для его вычисления
2. Дисперсия непрерывной случайной величины и формула вычисления
3. Среднее квадратичное отклонение НСВ и формула его вычисления

#### **Практическая работа №9**

##### **Определение числовых характеристик непрерывной случайной величины**

**Цель:** приобретение умений нахождения числовых характеристик для непрерывной случайной величины с помощью функции плотности и интегральной функции распределения

##### **Задание для выполнения практической работы №9**

Для случайной величины  $X$  с заданной функцией распределения  $F(x)$  требуется найти:

- а) плотность вероятности;
- б) математическое ожидание и дисперсию;
- в) построить графики функции распределения и плотности вероятности случайной величины  $X$ .

##### **Вариант №1**

0 при  $x < 1$   
 $F(x) = (x + 1) / 2$  при  $1 < x < 2$   
1 при  $x > 2$

**Вариант №2**

0 при  $x < 0$   
 $F(x) = \sin x$  при  $0 < x < \pi/2$   
1 при  $x > \pi/2$

**Вариант №3**

0 при  $x < 0$   
 $F(x) = x / 3$  при  $0 < x < 3$   
1 при  $x > 3$

**Вариант №4**

0 при  $x < 1$   
 $F(x) = (x - 1) / 2$  при  $1 < x < 3$   
1 при  $x > 3$

**Вариант №5**

0 при  $x < 0$   
 $F(x) = x / 4$  при  $0 < x < 4$   
1 при  $x > 4$

**Вариант №6**

0 при  $x < 1$   
 $F(x) = (x + 1) / 2$  при  $1 < x < 1$   
1 при  $x > 1$

**Вариант №7**

0 при  $x < 0$   
 $F(x) = x / 5$  при  $0 < x < 5$   
1 при  $x > 5$

**Вариант №8**

0 при  $x < -\pi/2$   
 $F(x) = \cos x$  при  $-\pi/2 < x < 0$   
1 при  $x > 0$

**Вариант №9**

0 при  $x < 0$   
 $F(x) = x^2 / 4$  при  $0 < x < 2$   
1 при  $x > 2$

## **Вариант №10**

0 при  $x < 0$

$F(x) = x^2/9$  при  $0 < x < 3$

1 при  $x > 3$

### **Тема 4.3. Нормальное распределение. Показательное распределение**

#### **Устный опрос**

1. Какое распределение НСВ называется нормальным?
2. Какими параметрами определяется нормальное распределение и каков вероятностный смысл этих параметров?
3. Математическое ожидание нормального распределения
4. Дисперсия и среднее квадратичное отклонение нормального распределения
5. Общее и нормированное нормальное распределение
6. График плотности нормального распределения кривая (Гаусса)
7. Как влияют параметры нормального распределения на форму нормальной кривой?
8. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины
9. Определение и функция плотности показательно распределенной НСВ
10. Интегральная функция распределения показательно распределенной НСВ
11. Характеристики показательно распределенной НСВ

#### **Практическая работа №10**

##### **Нормальное распределение непрерывной случайной величины**

**Цель: приобретение умений вычислять вероятности и находить характеристики для нормально распределенной непрерывной случайной величины.**

Задание для выполнения практической работы

1. Математическое ожидание и стандартное отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 10 и 2. Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (12, 14).
2. Математическое ожидание и стандартное отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 20 и 5. Найти

вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале  $(15, 25)$ .

3. Автомат штампует детали. Контролируется длина детали  $X$ , которая распределена нормально с математическим ожиданием (проектная длина), равным **50** мм. Фактически длина изготовленных деталей не менее **32** и не более **68** мм. Найти вероятность того, что длина наудачу взятой детали больше **55** мм.

4. Производится измерение диаметра вала без систематических (одного знака) ошибок. Случайные ошибки измерения  $X$  подчинены нормальному закону со стандартным отклонением  $\sigma = 10$  мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине **15** мм.

5. Автомат изготавливает шарики. Шарик считается годным, если отклонение  $X$  диаметра шарика от проектного размера по абсолютной величине меньше **0,7** мм. Считая, что случайная величина  $X$  распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma = 0.4$  мм. Найти, сколько в среднем будет годных шариков среди ста изготовленных.

6. Деталь, изготовленная автоматом, считается годной, если отклонение ее контролируемого размера от проектного не превышает 10 мм. Случайные отклонения контролируемого размера от проектного подчинены нормальному закону со стандартным отклонением  $\sigma = 5$  мм и математическим ожиданием  $a = 0$ . Сколько процентов годных деталей изготавливает автомат?

7. Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 10$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал  $(10, 20)$  равна **0,3**. Чему равна вероятность попадания  $X$  в интервал  $(0, 10)$ ?

8. Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 25$ . Вероятность попадания  $X$  в интервал  $(10, 15)$  равна **0,2**. Чему равна вероятность попадания  $X$  в интервал  $(35, 40)$ ?

9. Случайная величина  $X$  распределена нормально с математическим ожиданием  $a = 10$  и стандартным отклонением  $\sigma = 5$ . Найти интервал, симметричный относительно математического ожидания, в который с вероятностью **0,9973** попадет величина  $X$  в результате испытания.

10. Случайная величина  $X$  распределена нормально со стандартным отклонением  $\sigma = 5$  мм. Найти длину интервала, симметричного относительно математического ожидания, в который с вероятностью **0,9973** попадет  $X$  в результате испытания.

## Практическая работа №11

### Показательное распределение непрерывной случайной величины

**Цель:** приобретение умений вычислять вероятности и находить характеристики для показательного распределенной непрерывной случайной величины.

Задание для выполнения практической работы

1. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному плотностью вероятности  $f(x) = 3e^{-3x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадает в интервал **(0.13, 0.7)**.
2. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному при  $x \geq 0$  плотностью распределения  $f(x) = 0.04e^{-0.04x}$ ; при  $x < 0$  функцией  $f(x) = 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадает в интервал **(1, 2)**.
3. Непрерывная случайная величина  $X$  распределена по показательному закону, заданному функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.6x}$  при  $x \geq 0$ ; при  $x < 0$   $F(x) = 0$ . Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  попадет в интервал **(2, 5)**.
4. Найти математическое ожидание показательного распределения  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ .
5. Найти математическое ожидание показательного распределения, заданного при  $x \geq 0$ : а) плотностью  $f(x) = 5e^{-5x}$ ; б) функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.1x}$ .
6. Найти: а) дисперсию; б) стандартное отклонение показательного распределения, заданного плотностью вероятности:  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ;  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ .
7. Найти дисперсию и стандартное отклонение показательного распределения, заданного плотностью вероятности  $f(x) = 10e^{-10x}$  при  $x \geq 0$ .
8. Найти дисперсию и стандартное отклонение показательного закона, заданного функцией распределения  $F(x) = 1 - e^{-0.4x}$  при  $x \geq 0$ .  
Студент помнит, что плотность показательного распределения имеет вид  $f(x) = 0$  при  $x < 0$ ,  $f(x) = Ce^{-\lambda x}$  при  $x \geq 0$ ; однако он забыл, чему равна постоянная  $C$ . Требуется найти  $C$ .
9. На шоссе установлен контрольный пункт для проверки технического состояния автомобилей. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение случайной величины  $T$  - времени ожидания очередной машины контролером, если поток машин простейший и время (в часах) между прохождением машин через контрольный пункт распределено по показательному закону  $f(t) = 5e^{-5t}$ .

## Раздел 5. Центральная предельная теорема. Закон больших чисел. Вероятность и частота.

### Тема 5.1. Центральная предельная теорема

#### Устный опрос

#### Неравенства Чебышева

1. При каких значениях  $\varepsilon$  неравенство Чебышева не дает содержательных оценок для  $P(|X - MX| < \varepsilon)$ ?

2. Что больше  $P(|X-MX| \leq 3\sigma(X))$  или  $P(|X-MX| \leq 2\sigma(X))$ ?
3. С какой вероятностью значения случайной величины  $X$  находятся вне интервала  $(MX-3\sigma(X), (MX+3\sigma(X)))$ ?
4. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  – все значения, которые принимает случайная величина  $X$  вне отрезка  $[-3;3]$ ,  $MX=0$ ;  $DX=1$ . Что можно сказать о величине  $P(X=x_1)+P(X=x_2)$ ?

### Закон больших чисел

1. Вытекает ли закон больших чисел из экспериментально установленного факта о приближенном равенстве среднего арифметического независимых наблюдений случайной величины ее математическому ожиданию при большом числе наблюдений?  
Пусть  $X_1, \dots, X_n$  – независимые случайные величины, для которых  $MX_k=a$ ,  $DX_k=\sigma^2$  при всех  $k=1, 2, \dots, n$ .
2. Укажите число:
  - а) большее  $P\left(\left|\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} - a\right| > \varepsilon\right)$ ;
  - б) меньшее  $P\left(\left|\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} - a\right| \leq \varepsilon\right)$ .
3. Что означает неравенство:
  - а)  $\left|\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} - a\right| > \varepsilon$ ;
  - б)  $\left|\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} - a\right| \leq \varepsilon$ ?
4. Что необходимо знать, чтобы с помощью теоремы Чебышева можно было оценить:
  - а) число измерений, необходимых для выполнения равенства  $\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \approx a$  с заданной точностью и с заданной вероятностью;
  - б) точность равенства  $\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \approx a$ ?
  - в) надежность равенства  $\frac{x_1 + \dots + x_n}{n} \approx a$ ?

### Статистическое определение вероятности

1. Вероятность наступления события  $A$  в некотором опыте равна 0,72. Можно ли утверждать, что в 100 таких же опытах, проведенных в тех же условиях, это событие наступит ровно через 72 раза?
2. Вероятность выпуска стандартного изделия на некотором станке равна 0,975. Какой примерно процент бракованных изделий получает потребитель продукции, выпущенной станком?
3. Игральная кость бросается трижды, при этом выпало соответственно 2, 2, 5 очков. Можно ли по этим данным указать приближенное значение

вероятности события «при бросании игральной кости выпало два очка»?

4. Проводятся последовательные подбрасывания монеты, после каждого из которых подсчитывается относительная частота события «выпал герб». Какие из приведенных ниже последовательностей могут при этом получиться:

- а)  $1; \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{3}{5}; \dots;$       б)  $1; \frac{1}{2}; 1; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots;$   
в)  $0; 0; \frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{2}{5}; \dots;$       г)  $\frac{1}{2}; 1; \frac{1}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots?$

### Самостоятельная работа

#### Закон больших чисел. Теорема Муавра-Лапласа

1. Пользуясь неравенством Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина  $X$  отклонится от своего математического ожидания меньше чем на 0,15, если  $D_x=0,0045$ .
2. Исходя из неравенства Чебышева, оценить вероятность того, что случайная величина  $X$  отклонится от своего математического ожидания меньше чем на 2 средних квадратических отклонения.
3. Используя неравенства Чебышева, найти  $\epsilon$ , если  $D_x=0,004$  и  $P(|X-M[X]| < \epsilon) \geq 0,9$ .
4. Монету бросают 1000 раз. Пользуясь теоремой Бернулли, оценить вероятность того, что частота появления герба отклонится от вероятности появления герба меньше чем на 0,1.
5. Произведено 100 независимых испытаний, в результате которых получено 100 значений случайной величины  $X$ . Известно, что математическое ожидание величины равно 10 и дисперсия равна 1. Используя теорему Чебышева, оценить вероятность того, что модуль разности между средним арифметическим полученных значений случайной величины  $X$  и ее математическим ожиданием будет меньше 0,5.
6. Найти вероятность того, что в результате 1000 бросаний монеты число выпадений герба будет заключено в интервале  $]490; 525[$ .
7. Завод выпускает 90 % изделий 1 сорта и 10 % изделий 2 сорта. Наудачу берут 400 изделий. Какова вероятность того, что число изделий 1 сорта окажется в пределах от 360 до 370?
8. Игральную кость подбросили 180 раз. Найти вероятность того, что цифра 6 выпала не более 25 раз, но и не менее 36 раз.
9. Завод выпускает одинаковые штучные изделия. Известно, что 60% этих изделий идут 1 сортом. Наудачу берут 600 изделий. Найти вероятность того, что среди них окажется: а) не более 350 изделий 1 сорта;      б) не менее 370 изделий 1 сорта.

10. Вероятность случайного события равна 0,55. Какова вероятность того, что событие произойдет в большинстве случаев при 44 испытаниях?
11. Вероятность того, что наудачу взятая деталь окажется бракованной, равна 0,2. Найти вероятность того, что среди 100 наудачу отобранных деталей окажется не менее 12 бракованных.
12. Вероятность появления некоторого события в каждом из 225 независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что частота появления этого события отклонится от его вероятности по модулю не более чем на 0,04.
13. Производится 2100 испытаний, в каждом из которых вероятность наступления события А равно 0,3. Какова вероятность того, что частота наступления события А отклонится от его вероятности меньше чем на 0,009?
14. Сколько раз надо подбросить монету, чтобы с вероятностью 0,9544 можно было ожидать, что частота выпадения герба отклонится менее чем на 0,01 от вероятности выпадения герба при одном подбрасывании?
15. Вероятность детали быть стандартной равна 0,98. Сколько нужно проверить деталей, чтобы с вероятностью, не меньшей 0,96, можно было ожидать, что частота появления стандартных деталей отклонится от вероятности детали быть стандартной менее чем на 0,02?  
Получить требуемое число деталей так же с помощью теоремы Бернулли и сопоставить с 1 результатом.
16. Вероятность появления события А в каждом из 900 независимых испытаний равна 0,9. Найти такое положительное число  $\varepsilon$ , чтобы с вероятностью 0,9876 отклонение частоты появления события А от его вероятности не превышало  $\varepsilon$ .

**Ответы:**

1.  $P(|X - M[X]| < 0,15) \geq 1 - \frac{0,0045}{0,0225} = 0,8$
2. 0,75
3. 0,2
4.  $P\left(\left|\frac{\kappa}{1000} - \frac{1}{2}\right| < 0,1\right) \geq 0,975$
5.  $P(|X - 10| < 0,5) \geq 0,96$
6. 0,6763
7. 0,4525
8. 0,7262
9. а) 0,2033 б) 0,2033
10. 0,7475
11. 0,9772
12. 0,8664

13. 0,6318
14. не менее 10 000 раз
15. не менее 208 деталей. Почти в 6 раз большее число получим по теореме Бернулли, а именно: 1225 деталей.
16. 0,02

## **Раздел 6. Выборочный метод. Статистические оценки параметров распределения**

### **Тема 6.1. Основные задачи математической статистики**

#### **Устный опрос**

1. Задачи математической статистики
2. Генеральная и выборочная совокупности, объем выборки
3. Повторная и бесповторная выборки. Репрезентативная выборка.
4. Перечислите способы отбора
5. Какие сложности возникают при сборе статистической информации?
6. Статистическое распределение выборки
7. Графическое представление выборки
8. Статистические оценки параметров распределения
9. Что такое генеральная совокупность и выборка из нее? Что такое объем выборки? Какая выборка называется репрезентативной?
10. Что такое вариационный ряд? Что такое относительная (эмпирическая) частота значения  $x_i$  из вариационного ряда?
11. Что такое таблица статистического распределения выборки?
12. Как по таблице статистического распределения выборки строится полигон для дискретных вариационных рядов?
13. Как по таблице статистического распределения выборки строится гистограмма для интервальных вариационных рядов в случае одинаковых интервалов?
14. Как по таблице статистического распределения выборки строится гистограмма для интервальных вариационных рядов в случае неодинаковых интервалов?
15. Как строится полигон по гистограмме интервального вариационного ряда?
16. Что такое мода для дискретного вариационного ряда? Что такое медиана?
17. Какую сходимость к некоторому значению называют сходимостью по вероятности?
18. Какая оценка параметра называется несмещенной? Какая оценка параметра называется состоятельной?
19. Какая оценка параметра называется точечной? Приведите примеры точечных оценок.

20. Точечные оценки для генеральной средней (математического ожидания), генеральной дисперсии генерального среднеквадратического отклонения.
21. Понятие интервальной оценки. Надежность доверительного интервала.
22. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.
23. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.
24. Точечная оценка вероятности события.
25. Интервальная оценка вероятности события.

### **Практическая работа №12** **Графическое представление выборки**

**Цель: приобретение умений читать готовые диаграммы, извлекая из них нужную информацию.**

#### **Задание для выполнения практической работы №12**

1. Самостоятельно осуществить поиск различных видов диаграмм, используя для этого всевозможные средства массовой информации, включая и электронные.
2. Провести полное исследование диаграммы и записать полученную информацию.

### **Тема 6.2. Дискретные вариационные ряды** **Практическая работа №13.**

**Числовые характеристики дискретного вариационного ряда**

**Цель: приобретение умений строить для заданной выборки ее графическую диаграмму и рассчитывать по заданной выборке ее числовые характеристики.**

**Задание для выполнения практической работы**

- А. Построить дискретный вариационный ряд
- Б. Построить полигон и кумулятивную кривую.
- В. Определить числовые характеристики выборки:
  1. Выборочную среднюю
  2. Выборочную геометрическую
  3. Моду
  4. Медиану
  5. Вариационный размах
  6. Выборочную дисперсию
  7. Выборочное стандартное отклонение
  8. Коэффициент вариации

Из таблиц выбрать три строки, соответствующие индивидуальному варианту

### Задача

Требуется выявить картину успеваемости студентов, сдавших экзамен по курсу "Математическая статистика". На курсе 100 человек. В результате изучения отчетных документов была составлена следующая таблица оценок, полученных студентами по факультету (в порядке алфавитного списка студентов):

№ п/п	Оценки									
0	5	3	4	5	4	3	5	4	2	4
1	3	4	3	3	4	5	4	5	3	4
2	3	4	4	4	5	5	4	3	4	5
3	3	5	4	2	5	4	5	3	5	4
4	5	5	3	5	4	3	3	4	5	4
5	5	4	4	3	3	4	2	5	4	5
6	5	4	4	5	2	3	5	4	5	4
7	5	4	5	4	3	5	2	4	4	4
8	5	4	4	5	2	3	5	4	5	4
9	5	4	3	5	3	4	5	4	5	4

### Тема 6.3. Интервальные вариационные ряды Практическая работа №14

#### Числовые характеристики интервального вариационного ряда

**Цель:** приобретение умений строить для заданной выборки ее графическую диаграмму и рассчитывать по заданной выборке ее числовые характеристики.

**Задание для выполнения практической работы**

- А. Построить интервальный вариационный ряд
- Б. Построить гистограмму и кумулятивную кривую;
- В. Определить числовые характеристики выборки:
  1. Выборочную среднюю
  2. Выборочную геометрическую
  3. Моду
  4. Медиану
  5. Вариационный размах
  6. Выборочную дисперсию
  7. Выборочное стандартное отклонение
  8. Коэффициент вариации

Из таблиц выбрать три строки, соответствующие индивидуальному

варианту

### Задача

Студенты некоторого факультета, состоящего из 100 человек, написали выпускную контрольную работу. Каждый студент набрал определенное количество баллов. Приведем эти баллы (в порядке алфавитного списка студентов):

№ п/п	Число баллов, полученных студентами									
	1	76	59	78	34	89	42	91	41	99
2	59	66	57	79	65	94	67	103	38	68
3	85	51	78	38	87	43	104	49	58	33
4	53	75	28	67	37	50	98	56	71	83
5	68	58	82	67	57	72	59	86	51	64
6	70	53	32	56	100	57	69	87	82	67
7	37	74	39	84	37	99	47	110	57	96
8	66	46	72	54	75	47	79	61	115	65
9	67	70	24	73	40	58	78	75	87	51
0	64	59	116	89	76	55	87	65	99	94

**Раздел 7. Основные понятия теории графов**  
**Тема 7.1. Основные понятия теории графов. Применение графов в теории вероятностей.**

**Устный опрос**

1. Задачи, приводящие к графам
2. Дайте понятие графа и перечислите его основные элементы
3. Какой граф называется полным? Дополнение графа.
4. Степень вершины. Свойства степеней.
5. Существует ли граф с шестью вершинами, степени которых 2,3,3,4,4,4?
6. Путь в графе. Цикл.
7. Какое наименьшее число ребер в простом цикле?
8. Связность графа. Нарисуйте граф с пятью вершинами, который не является связным.
9. Постройте связный граф с семью вершинами, каждое ребро которого – мост.
10. Деревья. Лес. Приведите пример графа, из которого нельзя выделить дерево, содержащее все вершины графа.
11. Изображение графа.
12. Сформулируйте необходимое и достаточное условие соответствия двух рисунков одному и тому же графу.
13. Рассматриваются всевозможные деревья с пятью вершинами, причем каждая из вершин имеет либо степень 1, либо степень 2. Сколько таких деревьев вы можете насчитать?

**Практическая работа №15.**

**Применение графов в решении вероятностных задач**

**Цель: применение умений использовать графы в решении вероятностных задач.**

**Дерево вариантов**

1. Вова точно помнит, что в формуле азотной кислоты подряд идут буквы Н, N, O и помнит, что есть один нижний индекс – то ли двойка, то ли тройка.
  - а) Нарисуйте дерево возможных вариантов, из которых Вова придется выбрать ответ.
  - б) Сколько среди них тех, в которых индекс равен двойке?
  - в) Сколько среди них тех, в которых индекс стоит не на втором месте?
  - г) Как изменится дерево вариантов, если Вова помнит, что на первом месте точно стоит Н, а порядок остальных букв забыл?
2. Одновременно проходят выборы мэра города и префекта округа. Кандидатуры на должность мэра выставили Алкин, Балкин, Валкин, а на должность префекта – Эшкин, Юшкин, Яшкин.
  - а) Нарисуйте дерево возможных вариантов голосования и определите с его помощью число различных исходов голосования.
  - б) В скольких вариантах будет кандидатура Эшкина?

в) В скольких вариантах фамилии кандидатов на должность мэра города и на должность префекта состоят из различного числа букв?

г) Как изменятся ответы в а) и б), если учесть еще кандидата «против всех»?

3. Из четырех тузов поочередно выбирают двух.

а) Нарисуйте дерево возможных вариантов.

б) В скольких случаях среди выбранных будет бубновый туз?

в) В скольких случаях вторым выбранным будет туз пик?

г) В скольких случаях тузы будут разного цвета?

4. У Аси есть любимый костюм, в котором она ходит в школу. Она одевает к костюму белую, голубую, розовую и красную блузку, а в качестве «сменки» надевает босоножки или туфли. Кроме того, у Аси есть три разных бантика(№1, 2, 3), подходящих ко всем блузкам.

а) Нарисуйте дерево возможных вариантов Асиной одежды.

б) Сколько дней Ася может выглядеть по-разному в этом костюме?

в) Сколько дней она будет ходить в туфлях?

г) Сколько дней она будет ходить в красной блузке и босоножках?

5. Руководство некоторой страны решило сделать свой государственный флаг таким: на одноцветном прямоугольном фоне в одном из углов помещается круг другого цвета. Цвета решено выбрать из трех возможных: красный, желтый, зеленый.

а) Сколько вариантов такого флага существует?

б) Сколько из них флагов с кругом в верхнем правом углу?

в) Сколько флагов не желтого прямоугольного фона?

г) Сколько красных флагов с кругами в нижних углах?

## **4. Контрольно-оценочные материалы для промежуточной аттестации по учебной дисциплине**

Предметом оценки являются умения и знания. Контроль и оценка осуществляются через экзамен

### **Перечень теоретических вопросов и практических заданий для подготовки к экзамену**

1. Основные комбинаторные объекты, формулы и правила расчета количества выборок (для каждого из типов выборок).
2. Что такое стохастический (случайный) эксперимент, событие, элементарные события? Привести пример случайного эксперимента и описать в нем элементарные события.
3. Дать определения совместных и несовместных событий. Привести примеры.
4. Полная группа событий. Равновозможные события. Привести примеры.
5. Общее понятие о вероятности события как о мере возможности его наступления.
6. Как формулируется классическое определение вероятности?
7. Как формулируется геометрическое определение вероятности?
8. Понятие противоположного события; формула вероятности противоположного события.
9. Дать определение суммы двух событий. Записать формулу вероятности суммы двух событий и привести пример ее применения.
10. Дать определение условной вероятности. Когда условная вероятность равна нулю?
11. Дать определение независимых событий. Записать формулу вероятности произведения независимых событий и привести пример ее применения.
12. Записать формулу полной вероятности и привести пример ее применения.
13. Записать формулу Байеса и привести пример ее применения.
14. Что такое дискретная случайная величина? Какими данными она задается? Привести пример.
15. Что такое непрерывная случайная величина? Какими данными она задается? Привести пример.
16. Как определяется и какими свойствами обладает функция распределения случайной величины? Нарисовать график какой-нибудь функции распределения.
17. Как определяется и какими свойствами обладает функция плотности вероятности непрерывной случайной величины?
18. Как вводятся числовые характеристики дискретной случайной величины - математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение? Какой смысл имеют эти характеристики?
19. Как вводятся числовые характеристики непрерывной случайной

величины - математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение? Какой смысл имеют эти характеристики?

20. Что такое схема Бернулли? Записать формулу Бернулли и объяснить, при каких условиях она применяется.

21. Записать асимптотическую формулу Пуассона и объяснить, при каких условиях она применяется.

22. Записать асимптотические формулы Муавра-Лапласа и объяснить, при каких условиях они применяются.

23. Что такое Пуассоновский поток событий? Привести пример его применения.

24. Как определяется нормальное распределение? В чем смысл центральной предельной теоремы?

25. В чем заключается правило «трех сигм»? Как оно может применяться на практике?

26. Из трех орудий произведен залп по мишени. Вероятность попадания из первого орудия 0,8, из второго - 0,6, из третьего - 0,5. Какова вероятность поражения цели?

27. Рабочий обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа станок не потребует внимания рабочего, равна: для первого станка 0,9, для второго 0,8, для третьего - 0,85. Какова вероятность того, что в течение некоторого часа, по крайней мере, один станок потребует внимания?

28. Для разрушения моста достаточно одного попадания. На мост сбросили 4 бомбы, вероятность попадания которых равна 0,3, 0,4, 0,6 и 0,7 соответственно. Какова вероятность того, что мост будет разрушен?

29. Три сына дарят своей матери подарки. Вероятность того, что первый сын подарит матери духи равна 0,3, второй - 0,6, третий - 0,1. Найти вероятность того, что мать получит в подарок духи.

30. На сборку попадают детали с 3-х станков - автоматов. Известно, что первый автомат дает 0,3% брака, второй - 0,2%, третий - 0,4%. С первого автомата поступило 1000, со второго - 2000, с третьего - 2500 деталей. Чему равна вероятность того, что наудачу взятая деталь произведена вторым станком, если она бракованная?

31. На склад поступает продукция 3-х фабрик, причем продукция первой фабрики составляет 20%, второй - 46%, третьей - 34%. Известно также, что средний процент нестандартных изделий для первой фабрики равен 3%, для второй - 2%, для третьей - 1%. Чему равна вероятность того, что наудачу взятое изделие произведено на третьей фабрике, если оно оказалось нестандартным?

32. В кучу сложены яблоки с трех яблонь. Урожай первой яблони составляет 50 кг, второй - 40 кг, третьей - 30 кг. Доля червивых яблок составляет 0,3 для первой яблони, 0,2 - для второй, 0,4 - для третьей. Найти вероятность того, что случайным образом взятое яблоко из кучи окажется червивым.

33. В магазин поступают шариковые ручки с трех фабрик, причем из каждой десяти ручек 3 произведены первой фабрикой, 4 - второй, 3 - третьей. Доля не пишущих ручек равна 0,2 в продукции первой фабрики, 0,03 - второй,

0.05 - третьей. Какова вероятность покупки не пишущей ручки в магазине?

34. На диспетчерский пункт аварийной службы поступает в среднем 5 заявок в минуту. Найти вероятность того, что в данную минуту поступит не больше трех заявок.

35. АТС обслуживает 420 звонков в среднем за час. Найти вероятность того, что за данную минуту будет обслужено ровно 5 звонков.

36. В магазин приходит в среднем 300 клиентов в час. Найти вероятность того, что в данную минуту зайдет ровно 1 клиент.

37. Продавец реализует в среднем 3 автомобиля в день и считает день удачным, если продаст не менее пяти машин. Найти вероятность того, что день окажется неудачным.

38. На предприятии работает 183 сотрудника. Найти вероятность того, что ровно у двух из них день рождения 31 декабря.

39. Вероятность того, что денежная купюра фальшивая равна 0.001. Найти вероятность того, что среди 500 полученных вами купюр имеется фальшивая.

40. К компьютерной сети подключены 100 пользователей, каждый из которых в данный момент времени работает в сети с вероятностью 0,02. Найти вероятность того, что в данный момент хотя бы один пользователь работает в сети.

41. При передаче закодированного сообщения вероятность ошибки одного знака равна 0,02. Найти вероятность того, что сообщение из 150 знаков содержит ошибку.

42. Плотность распределения случайной величины  $Y$  такова:  
 $f(x)=0$  при  $x < 1$  и  $x > 6$ ,  $f(x) = (2x-2)/25$  при  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  [1;6]. Найти  $MY$ .

43. Плотность распределения случайной величины  $Y$  такова:  
 $F(x)=0$  при  $x < 1$  и  $x > 6$ ,  $f(x) = (2x-2)/25$  при  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  [1;6]. Найти вероятность того, что случайная величина  $Y$  больше 4.

44. Плотность распределения случайной величины  $Y$  такова:  
 $F(x)=0$  при  $x < -1$  и  $x > 3$ ,  $f(x) = (x+1)$  при  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  [-1 ;3]. Найти  $MY$ .

45. Плотность распределения случайной величины  $Y$  такова:  
 $F(x)=0$  при  $x < -1$  и  $x > 3$ ,  $f(x) = (x+1)$  при  $x = \underline{\hspace{2cm}}$  [-1 ;3]. Найти вероятность того, что случайная величина  $Y$  больше 2.

46. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков окажется равным 12, меньше 12.

47. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что произведение выпавших очков окажется меньше 5, больше 5.

48. Брошены три игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков окажется равной 16, меньше или равной 16.

49 В урне 3 белых и 6 черных шаров. Наугад вынимают два шара. Найти вероятность того, что оба шара окажутся одного цвета.

50. В колоде 36 карт. Наугад вынимают три карты. Найти вероятность того, что вынутыми окажутся два туза и одна дама.

51. Интервалы между поездами метро 5 минут. Какова вероятность того, что,

спустившись в метро в случайный момент времени, придется ждать поезда больше 3

минут? Менее 2 минут?

52. Интервалы между поездами метро 5 минут. Какова вероятность того, что,

спустившись в метро в случайный момент времени, придется ждать поезда не меньше 1 минуты и не больше 3 минут? Больше 3 минут?

53. Шифр замка состоит из 4 цифр. Какова вероятность открыть замок с первого раза, набрав правильную комбинацию? Какова вероятность открыть замок с первого раза, набрав правильную комбинацию цифр, если последняя цифра нечетная?

54. Человеку, достигшему 60-ти лет, вероятность умереть на 61-ом году жизни равна 0,09. Какова вероятность того, что из 4-х человек в возрасте 60-ти лет трое будут живы через год?

55. Вероятность выигрыша по облигации займа равна 0,25. Какова вероятность того, что некто, приобретая 5 облигаций, выиграет хотя бы по одной из них?

56. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения:

$x_i$	-1	2	4	5
$P_i$	0,2	0,1	0,4	0,3

Найти среднее квадратичное отклонение .

57. Случайная величина  $X$  задана рядом

Найти  $M(1-X), D(1-X)$ .

$X$	-3	-2	0	1
$P_i$	0,2	0,1	0,4	0,3

58. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения:

Найти  $P_3$  и  $D(X)$ .

$X_i$	-1	0	3
$P_i$	0,3	0,2	$P_3$

Найти  
 $D(X+3)$ .

59. Случайная величина  $X$  задана рядом распределения:

Найти  $P_3$  и  $D(X)$ .

$X_i$	-2	1	3
$p_i$	0,2	0,3	$P_3$

60. Случайная величина  $X$  задана рядом 

$X_i$	-3	-1	2
$P_i$	$P_1$	0,2	0,3

 распределения:  
Найти  $P_i$  и  $D(X+3)$ .

61. Для нормальной величины  $X \sim N(2,4)$ . Найти  $M(-2x+1)$ ,  $D(-2x+1)$ .

62. Для независимых нормальных случайных величин  $X \sim N(2,1)$  и  $Y \sim N(4,3)$ . Найти  $M(X+Y)$ ,  $M(X-Y)$  и  $D(X+Y)$ ,  $D(X-Y)$ .

63. Для независимых нормальных случайных величин  $X \sim N(3,4)$  и  $Y \sim N(5,3)$ . Найти  $M(X+Y)$ ,  $M(X-Y)$  и  $D(X+Y)$ ,  $D(X-Y)$ .

64. Для независимых нормальных случайных величин  $X \sim N(4,3)$  и  $Y \sim N(5,4)$ . Найти  $M(X+Y)$ ,  $M(X-Y)$  и  $D(X+Y)$ ,  $D(X-Y)$ .
65. Чему равна вероятность того, что при 4-х подбрасываниях игральной кости выпадет 3? Выпадет 3 ровно 1 раз?
66. В чем состоит метод сплошных наблюдений, применяемый в статистике? В чем состоит выборочный метод, применяемый статистике?
67. Какая случайная величина называется непрерывно распределённой величиной? Что такое ее плотность распределения? Как связаны между собой плотность вероятности  $f(x)$  и функция распределения  $F(x)$ ?
68. Если  $f(x)$  - плотность распределения вероятностей, то чему равен  $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx$  ?

Чему

равна вероятность попадания непрерывной случайной величины в интервал  $[x_1, x_2]$ ?

69. Как определяется математическое ожидание случайной величины? Какими свойствами обладает математическое ожидание случайной величины?
70. Чему равно математическое ожидание равномерного распределения на отрезке  $[a, B]$ , нормального распределения  $N(a, \sigma)$ ? Чему равна дисперсия величины, распределенной равномерно на отрезке  $[a, B]$ , величины, распределенной нормально -  $N(a, \sigma)$ ?
71. Как определяется дисперсия случайной величины? Какими свойствами обладает дисперсия случайной величины?
72. Что такое среднее квадратическое отклонение? Каковы его свойства? Чему равно среднее квадратическое отклонение величины, распределенной нормально -  $N(a, \sigma)$ ?
73. В чем состоит правило трех  $\sigma$  (сигм)?
74. Что такое генеральная совокупность и выборка из нее? Что такое объем выборки? Какая выборка называется репрезентативной?
75. Что такое вариационный ряд? Что такое относительная (эмпирическая) частота значения  $x_i$  из вариационного ряда?
76. Что такое таблица статистического распределения выборки?
77. Как по таблице статистического распределения выборки строится полигон для дискретных вариационных рядов?
78. Как по таблице статистического распределения выборки строится гистограмма для интервальных вариационных рядов в случае одинаковых интервалов?
79. Как по таблице статистического распределения выборки строится гистограмма для интервальных вариационных рядов в случае неодинаковых интервалов?
80. Как строится полигон по гистограмме интервального вариационного ряда?
81. Что такое мода для дискретного вариационного ряда? Что такое медиана?
82. Какую сходимост к некоторому значению называют сходимостью по

вероятности?

83. Какая оценка параметра называется несмещенной? Какая оценка параметра называется состоятельной?

84. Какая оценка параметра называется точечной? Приведите примеры точечных оценок.

85. Точечные оценки для генеральной средней (математического ожидания), генеральной дисперсии генерального среднеквадратического отклонения.

86. Понятие интервальной оценки. Надежность доверительного интервала.

87. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при известной дисперсии.

88. Интервальная оценка математического ожидания нормального распределения при неизвестной дисперсии.

89. Точечная оценка вероятности события.

90. Интервальная оценка вероятности события.

91. Основные понятия теории графов.

92. Приведите примеры применения графов в теории вероятностей.

93. Приведите примеры применения графов в математической статистике.

**Зачет формируется из трех теоритических вопросов и двух практических заданий. Время на подготовку - 40 минут.**

### **Критерии оценки**

**Оценка «отлично»** выставляется, если студент:

- полностью раскрыл содержание вопроса в объеме, предусмотренном программой и учебником;
- изложил материал грамотным языком в определенной логической последовательности, точно используя математическую и специализированную терминологию и символику;
- правильно выполнил чертежи и графики, сопутствующие ответу;
- показал умение иллюстрировать теоретические положения конкретными примерами, применять их в новой ситуации при выполнении практического задания;
- продемонстрировал усвоение ранее изученных сопутствующих вопросов;
- отвечал самостоятельно без наводящих вопросов преподавателя.

Возможны одна-две неточности при освещении второстепенных вопросов, которые студент легко исправил по замечанию преподавателя.

**Оценка «хорошо»** выставляется, если:

- ответ удовлетворяет в основном требованиям на оценку «5», но при этом имеет один из недостатков:
- в изложении допущены небольшие пробелы, не исказившие логического и информационного содержания ответа;
- допущены один-два недочета при освещении основного содержания ответа, исправленные по замечанию преподавателя;

- допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов или в выкладках, легко исправленные по замечанию преподавателя.

**Оценка «удовлетворительно»** выставляется, если:

- неполно или непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее

понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения

программного материала, имелись затруднения или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, чертежах и выкладках, исправленные после нескольких наводящих вопросов преподавателя;

- студент не справился с применением теории в новой ситуации при выполнении практического задания, но выполнил задания обязательного уровня сложности по данной теме,

- при знании теоретического материала выявлена недостаточная сформированность основных умений и навыков.

**Оценка «неудовлетворительно»** выставляется, если:

- не раскрыто основное содержание учебного материала;

- обнаружено незнание или непонимание студентом большей или наиболее важной части учебного материала,

- допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, в чертежах, блок-схем и иных выкладках, которые не исправлены после нескольких наводящих вопросов преподавателя.

- студент обнаружил полное незнание и непонимание изучаемого учебного материала или не смог ответить ни на один из поставленных вопросов по изучаемому материалу.

## 5. Лист согласования

### Дополнения и изменения к комплекту КОС на учебный год

Дополнения и изменения к комплекту КОС на \_\_\_\_\_ учебный год по дисциплине \_\_\_\_\_

В комплект КОС внесены следующие изменения:

---

---

---

---

---

Дополнения и изменения в комплекте КОС обсуждены на заседании ПЦК

\_\_\_\_\_

« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_\_\_ г. (протокол № \_\_\_\_\_ ).

Председатель ПЦК \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_